

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.Г. ШУХОВА»
В Г.НОВОРОССИЙСКЕ
(НФ БГТУ им. В.Г. Шухова)



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01 Элементы высшей математика

наименование дисциплины

Специальность: *09.02.07. Информационные системы и программирование*

Квалификация: *специалист по информационным системам*

Форма обучения: *очная*

Срок обучения: *3 года 10 месяцев*

Новороссийск – 2021

Рабочая программа разработана на основе:

- требований Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) среднего профессионального образования (далее – СПО) по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 09 декабря 2016г. № 1547. Зарегистрировано в Минюсте России 26.12.2016 N 44936.

- учебного плана программы подготовки специалистов среднего звена 09.02.07 Информационные системы и программирование, входящей в укрупненную группу специальностей 09.00.00 Информатика и вычислительная техника.

Составитель: _____ д.т.н., доц. _____ Г.Ю. Ермоленко
ученая степень и звание _____ подпись _____ инициалы, фамилия

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

Технических дисциплин

название кафедры

«__» _____ 202 г., протокол №

Заведующий кафедрой: _____ д.т.н., проф. _____ Г.Ю.Ермоленко
ученая степень и _____ подпись _____ инициалы, фамилия
звание _____

Программа одобрена научно-методическим советом филиала

«__» _____ 202 г., протокол №

Председатель: _____ к.ф.н., доц. _____ И.В.Чистяков
ученая степень и звание _____ подпись _____ инициалы, фамилия

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01 Элементы высшей математики

1.1. Область применения программы

Рабочая программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС СПО по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование, входящей в состав укрупненной группы специальностей 09.00.00 Информатика и вычислительная техника. Рабочая программа учебной дисциплины может быть использована в дополнительном профессиональном образовании (в программах повышения квалификации и переподготовки) и профессиональной подготовке работников в области Информационных систем и программирования

1.2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

ЕН.01 – математический и общий естественнонаучный учебный цикл

1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

- обеспечение сформированности представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математики;
- обеспечение сформированности логического, алгоритмического и математического мышления;
- обеспечение сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач;
- обеспечение сформированности представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

- применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для решения практических задач.
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления для решения задач профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- основы линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;

1.4. Общие и профессиональные компетенции, формируемые в ходе освоения учебной дисциплины

Программа учебной дисциплины в соответствии с ФГОС способствует формированию следующих общих и профессиональных компетенций на основе применения активных методов обучения:

| Код ОК | Наименование компетенции | Методы обучения |
|--------|---|---|
| ОК 1. | Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам | Задания проблемного характера; подготовка и защита индивидуальных и групповых |

| | | |
|-------|---|--|
| | | заданий / проектов |
| ОК 2. | Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности | Задания проблемного характера; подготовка и защита индивидуальных и групповых заданий / проектов |

1.5. Количество часов на освоение рабочей программы учебной дисциплины максимальной учебной нагрузки обучающегося 102 часа, в том числе: обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося 102 часа; самостоятельной работы обучающегося

1.6. Использование в рабочей программе часов вариативной части

Учебным планом не предусмотрено

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

| Вид учебной работы | Всего часов | Семестр № 3 | Семестр № 4 |
|---|-------------|-------------|-------------|
| Максимальная учебная нагрузка (всего) | 102 | 62 | 40 |
| Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) | 102 | 62 | 40 |
| в том числе: | | | |
| лекции, уроки | 56 | 38 | 18 |
| практические занятия | 30 | 10 | 20 |
| лабораторные занятия | | | |
| семинарские занятия | | | |
| контрольные работы | | | |
| курсовая работа (проект) | | | |
| Внеаудиторная (самостоятельная) учебная работа обучающегося | 2 | | 2 |
| Консультации | 6 | 6 | |
| Промежуточная аттестация в форме <i>3 семестр – экзамен;</i> <i>4 семестр – дифференцированный зачет</i> | | Экзамен | Диф. Зач. |

2.2 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
Наименование тем, их содержание и объем
Курс 2 Семестр 1

| № п/п | Наименование раздела (краткое содержание) | Объем на тематический раздел по видам учебной нагрузки, час | | | |
|-------|---|---|----------------------|----------------------|------------------------|
| | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные занятия | Самостоятельная работа |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | <i>Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии</i> | | | | |
| 1 | Введение: задачи курса математики. Обзор литературы. | 2 | 0.25 | | |
| 2 | Матрицы. Действия с матрицами. Обратная матрица. Определитель матрицы. Свойства определителей. | 3 | 1 | | |
| 3 | Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера решения систем уравнений. Матричный метод решения систем уравнений. Метод Гаусса. | 3 | 1 | | |
| 4 | Векторная алгебра. Операции над векторами. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов, их свойства и геометрические приложения. | 3 | 1 | | |
| 5 | Прямая на плоскости. Прямая и плоскость в пространстве. | 3 | 1 | | |
| | | | | | |
| | <i>Введение в математический анализ</i> | | | | |
| 6 | Числовая последовательность. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Предел последовательности. Свойства пределов последовательности. Примеры нахождения пределов. | 3 | 1 | | |
| 7 | Функция. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Свойства пределов функций. Замечательные пределы. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. | 3 | 1 | | |
| | | | | | |
| | <i>Дифференциальное исчисление функций одной переменной</i> | | | | |
| 8 | Производная. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования: производная суммы, разности, произведения, частного, обратной и сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Таблица производных основных элементарных функций. | 3 | 1 | | |
| 9 | Односторонние производные. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал функции. Правила вычисления дифференциала. Применение дифференциала в | 3 | 1 | | |

| | | | | | |
|----|--|----|------|--|--|
| | приближенных вычислениях. | | | | |
| 10 | Производные высших порядков и их свойства. Дифференциалы высших порядков. Теоремы Ролля, Лангранжа, Коши. Правило Лопиталю. Параметрическое задание функций. Дифференцирование их. Неявное задание функций и их дифференцирование | 3 | 0.25 | | |
| | | | | | |
| | Исследование функций | | | | |
| 11 | Основные характеристики функций. Экстремум функции. Необходимый признак экстремума. Достаточный признак экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба. Признаки выпуклости и вогнутости функции. Признаки точки перегиба. Асимптоты. Вертикальная, горизонтальная и наклонная асимптоты. | 3 | 1 | | |
| 12 | Общая схема исследования функций. Примеры проведения исследования функций и построения графиков. | 3 | 0.25 | | |
| | | | | | |
| | Комплексные числа | | | | |
| 13 | Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Действия с комплексными числами. | 3 | 0.25 | | |
| | ВСЕГО | 38 | 10 | | |

Курс 2 Семестр 2

| № п/п | Наименование раздела (краткое содержание) | Объем на тематический раздел по видам учебной нагрузки, час | | | |
|-------|---|---|----------------------|----------------------|------------------------|
| | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные занятия | Самостоятельная работа |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | Интегральное исчисление | | | | |
| 1 | Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. | 1 | 1 | | |
| 2 | Методы интегрирования (непосредственное интегрирование, интегрирование по частям, замена переменной). | 2 | 2 | | |
| 3 | Систематическое интегрирование. Интегрирование дробно - рациональных функций. | 1 | 2 | | |
| 4 | Интегрирование тригонометрических функций. | 2 | 2 | | |
| 5 | Интегрирование дробно - линейных и квадратичных иррациональностей. | 1 | 1 | | |
| 6 | Определенный интеграл. Вычисление определенного | 2 | 2 | | |

| | | | | | |
|-------|---|---|---|--|---|
| | интеграла: формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. | | | | |
| 7 | Методы вычисления определенного интеграла (непосредственное применение формулы Ньютона – Лейбница, интегрирование по частям, замена переменной). Геометрические и механические приложения определённого интеграла. | 2 | 2 | | |
| 8 | Несобственные интегралы (первого и второго рода). | 1 | 1 | | |
| | Обыкновенные дифференциальные уравнения | | | | |
| 9 | Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Общее решение. Простейшие дифференциальные уравнения первого порядка. | 2 | 2 | | |
| 10 | Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и его решение. | 1 | 1 | | |
| 11 | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами однородные и не однородные. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных решения неоднородных уравнений. | 2 | 2 | | |
| | Числовые и функциональные ряды. Ряды Фурье. | | | | |
| 1 | Числовые ряды, сходящиеся и расходящиеся ряды. Сумма ряда. Бесконечная геометрическая прогрессия. Необходимые признаки сходимости ряда. Гармонический ряд. Достаточные признаки сходимости рядов Даламбера и Коши (радикальный и интегральный). | 2 | 4 | | 3 |
| 2 | Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость ряда. Простейшие свойства сходящихся рядов. | 2 | 4 | | 2 |
| 3 | Функциональные ряды. Точка и область сходимости функционального ряда. Сумма функционального ряда. Равномерно сходящиеся ряды и их свойства. | | | | 4 |
| 4 | Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Свойства степенных рядов. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях. | 2 | 4 | | 3 |
| 5 | Тригонометрические ряды. Формулы коэффициентов Фурье. Условия Дирихле. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряды Фурье для функций с произвольным периодом. Разложение в ряды Фурье на периодические функции. Ряд Фурье в комплексной форме. Интеграл Фурье. | 2 | 4 | | 3 |
| Итого | | | | | |

2.3. Содержание практических занятий.

| № п/ п | Наименование раздела дисциплины | Тема практического (семинарского) занятия | К-во часов |
|--------------|---|--|---------------|
| Семестр № 1. | | | |
| 1. | <i>Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии</i> | Введение: задачи курса математики. | |
| 2. | | Матрицы. Алгебра матриц. | |
| 3. | | Определители n -го порядка. | 2 |
| 4. | | Обратная матрица. Решение матричных уравнений. | 2 |
| 5. | | Системы линейных алгебраических уравнений. Методы решения: матричный, Крамера, Гаусса. | 2 |
| 6. | | Векторы. Сумма векторов и её свойства. | 2 |
| 7. | | Скалярное произведение векторов и его геометрические приложения. | 2 |
| 8. | | Векторное произведение векторов и его геометрические приложения. | |
| 9. | | Смешанное произведение векторов и его геометрические приложения. | |
| 10. | | Прямая на плоскости. | |
| 11. | | Плоскость и прямая в пространстве. | 2 |
| 12. | | Кривые второго порядка. | |
| 13. | <i>Введение в математический анализ</i> | | 2 |
| 14. | | Предел числовой последовательности и предел функции в точке. | 2 |
| 15. | | Замечательные пределы. | 2 |
| 16. | <i>Дифференциальное исчисление функций одной переменной</i> | Производная. | 2 |
| 17. | | Производные высших порядков. | 2 |
| 18. | <i>Исследование функций</i> | Основные характеристики функций. | 2 |
| 19. | | Общая схема исследования функций. | 2 |
| 20. | <i>Комплексные числа</i> | Комплексные числа. | 2 |
| ИТОГО: | | | 10 |
| Семестр № 2. | | | |
| 1. | <i>Интегральное исчисление</i> | Первообразная. | 2 |
| 2. | | Методы интегрирования. | 2 |
| 3. | | Систематическое интегрирование. | 2 |
| 4. | | Интегрирование тригонометрических функций. | 2 |

| | | | |
|--------|--|--|----|
| 5. | | Интегрирование дробно - линейных и квадратичных иррациональностей. | 2 |
| 6. | | Определенный интеграл. | 2 |
| 7. | | Методы вычисления определенного интеграла и его приложения. | 2 |
| 8. | | Несобственные интегралы | 2 |
| 9. | Обыкновенные дифференциальные уравнения | Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. | 2 |
| 10. | | Дифференциальные уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными. | |
| 11. | | Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. | 2 |
| 12. | | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Задача Коши. | 2 |
| | | | |
| 1. | Числовые и функциональные ряды. Ряды Фурье. | Числовые ряды, сходящиеся и расходящиеся ряды. | 2 |
| 2. | | Знакопеременные ряды. | 2 |
| 3. | | Функциональные ряды. | 2 |
| 4. | | Степенные ряды. | 2 |
| 5. | | Тригонометрические ряды. | 2 |
| ИТОГО: | | | 20 |
| ВСЕГО | | | 30 |

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Требования к материально-техническому обеспечению

| | |
|---|---|
| Наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий, объектов физической культуры и спорта с перечнем основного оборудования | Адрес (местоположение) учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий, объектов физической культуры и спорта (с указанием площади и номера помещения в соответствии с документами бюро технической инвентаризации) |
| Учебное помещение для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, самостоятельной работы. Специализированная мебель, персональный компьютер с выходом в Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду филиала, мультимедийный проектор и экран, веб-камера, графический планшет, | 353919, Краснодарский край, г. Новороссийск, ул. Мысхакское шоссе, дом № 75, аудитория № 407 35,5 кв.м., этаж 4, помещение 407 |
| Читальный зал библиотеки для самостоятельной работы с выходом в сеть Интернет. Специализированная мебель, кондиционер, персональные компьютеры с выходом в Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду филиала, веб-камера, графический планшет. | 353919, Краснодарский край, г. Новороссийск, ул. Мысхакское шоссе, дом № 75, аудитория № 410 35:4 кв.м., этаж 4, помещение 410 |

3.2. Доступная среда

В НФ БГТУ им. В.Г. Шухова при создании безбарьерной среды учитываются потребности следующих категорий инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья:

- с нарушениями зрения;
- с нарушениями слуха;
- с ограничением двигательных функций.

В образовательной организации обеспечен беспрепятственный доступ в здание инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья.

Для лиц с нарушением работы опорно-двигательного аппарата обеспечен доступ для обучения в аудиториях, расположенных на первом этаже, также имеется возможность доступа и к другим аудиториям.

Для лиц с нарушением зрения, слуха имеется аудитория, обеспеченная стационарными техническими средствами.

В сети «Интернет» есть версия официального сайта учебной организации для слабовидящих.

3.3. Информационное обеспечение обучения

Для реализации программы библиотечный фонд образовательной организации имеет печатные и/или электронные образовательные и информационные ресурсы, рекомендуемых для использования в образовательном процессе

Основные источники

Основная литература:

1. Григорьев Валерий Петрович. Элементы высшей математики [Электронный ресурс]: учебник / В. П. Григорьев, Ю. А. Дубинский, Т. Н. Сабурова. - Москва: Академия, 2017. - 400 с.

Дополнительная литература:

1. Григорьев Валерий Петрович. Элементы высшей математики [Текст]: учеб. для студентов учреждений сред. проф. образования / В. П. Григорьев, Ю. А. Дубинский, Т. Н. Сабурова. - Москва: Академия, 2017. - 400 с.
2. Григорьев Валерий Петрович. Сборник задач по высшей математике [Текст]: учеб. пособие для студентов сред. проф. образования / В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. - Москва: Академия, 2017. - 156 с.

Электронные образовательные ресурсы

1. Башмаков М.И. Математика (6-е изд.), 2019, <https://academia-library.ru/catalogue/4831/414531/>
2. Башмаков М.И. Математика: Задачник (5-е изд.), 2018, <https://academia-library.ru/catalogue/4831/346687/>
3. Башмаков М.И. Математика: Сборник задач профильной направленности (3-е изд.), 2019, <https://academia-library.ru/catalogue/4831/427796/>
4. Пехлецкий И.Д. Математика (13-е изд.), 2018, <https://academia-library.ru/catalogue/4831/346687/>

library.ru/catalogue/

4831/410937/

Интернет-ресурсы

1. www.fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

2. www.school-collection.edu.ru (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов—

Научная электронная библиотека e-LIBRARY.RU (<http://elibrary.ru>). Содержит оглавления 6500 российских журналов (для большинства статей приведены рефераты), для 2050 из них есть полнотекстовые копии (и более 1000 журналов в открытом доступе!). Глубина ретроспекции – с 1995–1997 гг., но для многих журналов – только за последние несколько лет. На портале также размещены электронные версии иностранных журналов (за период 1995–2004 гг.), исходно приобретенные РФФИ для всех организаций, получавших гранты фонда; к большей части выпусков доступ открыт до сих пор. Возможен поиск по тематическому рубриктору, авторскому и предметному указателям.

Для доступа к ресурсам e-LIBRARY.RU требуется регистрация.

Российская государственная библиотека (РГБ) (www.rsl.ru) – главная библиотека страны (знаменитая «Ленинка»): на сайте представлены электронные каталоги, в том числе и свободного доступа. Располагая уникальным фондом диссертаций, в 2003 г. РГБ создала «Электронную библиотеку диссертаций РГБ», в которой в Виртуальном читальном зале можно работать с полными текстами диссертаций и авторефератов (в свободном доступе находится часть проекта – «Открытая электронная библиотека диссертаций»).

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, зачётов и экзаменов.

| Проверяемые компетенции: ОК 1, ОК 2 | |
|---|---|
| Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания) | Формы и методы контроля и оценки результатов обучения |
| Уметь: <ul style="list-style-type: none"> • применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для решения практических задач. • применять методы дифференциального и интегрального исчисления для решения задач профессиональной деятельности. | Контрольное практическое занятие Дифференцированный зачет Экзамен |
| Знать: <ul style="list-style-type: none"> • основы линейной алгебры и аналитической геометрии; • основы дифференциального и интегрального исчисления; | Контрольное практическое занятие Дифференцированный зачет Экзамен |

5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5.1. Реализация компетенций

1. Компетенция ОК-1. Способен выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

| Наименование индикатора достижения компетенции | Используемые средства оценивания |
|---|----------------------------------|
| 1. Идентификация профильных задач профессиональной деятельности | Зачет, экзамен |
| 2. Представление поставленной задачи в виде конкретных заданий | Зачёт, экзамен |
| 3. Определение потребности в ресурсах для решения задач | Зачёт, экзамен |
| 5. Составление последовательности (алгоритма) решения задачи | Зачёт, экзамен |

2. Компетенция ОК-2. Способен осуществлять поиск, анализ и интерпретацию

информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности

| Наименование индикатора достижения компетенции | Используемые средства оценивания |
|--|----------------------------------|
| 1. Решение инженерных задач с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа. | Зачёт, экзамен |
| 2. Решение уравнений, описывающих основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа. | Зачёт, экзамен |
| 3. Обработка расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами. | Зачёт, экзамен |
| 4. Решение инженерно-геометрических задач графическими способами. | Зачёт, экзамен |

5.2 Общие положения

Промежуточный контроль по учебной дисциплине осуществляется в форме зачёта или экзамена.

5.2.1. Промежуточная аттестация в форме экзамена

Цель процедуры:

Целью промежуточной аттестации по учебной дисциплине является оценка уровня усвоения обучающимися знаний и освоения умений в результате изучения учебной дисциплины.

Период проведения процедуры:

Процедура оценивания проводится в период промежуточной аттестации, в соответствии с календарным учебным графиком.

Требования к фонду оценочных средств:

До начала проведения процедуры преподавателем разрабатывается фонд оценочных средств для оценки знаний и умений, который включает примерные вопросы и задания, из перечня которых формируются экзаменационные билеты. Экзаменационные билеты рассматриваются на соответствующих цикловых комиссиях и утверждаются заместителем директора колледжа по учебной работе. Количество вопросов в билете определяется преподавателем самостоятельно в зависимости от вида заданий, но не менее двух. Количество экзаменационных билетов, как правило, превышает количество обучающихся, проходящих процедуру промежуточной аттестации в форме экзамена.

Описание проведения процедуры:

Каждому обучающемуся при предъявлении зачетной книжки выдается экзаменационный билет. После получения экзаменационного билета и подготовки ответов, обучающийся должен в меру имеющихся знаний и умений выполнить предложенные задания в установленное преподавателем время. Продолжительность проведения экзамена определяется из расчета 0,3 часа на каждого обучающегося.

Шкалы оценки результатов проведения процедуры:

Результаты проведения экзамена оцениваются преподавателем с применением четырехбалльной шкалы в соответствии с критериями оценки.

Контроль и оценка образовательных результатов

Для контроля и оценки образовательных результатов по учебной дисциплине разрабатываются фонды оценочных средств, которые позволяют оценить все предусмотренные рабочей программой умения и знания.

5.3.1. Показатели оценки образовательных результатов

| Образовательные результаты (знания, умения) | Показатели оценки результата |
|--|---|
| - основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; | формулирование основных понятий и методов математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии |
| - основы дифференциального и интегрального исчисления; | формулирование основных понятий и методов дифференциального и интегрального исчисления |
| - основы теории комплексных чисел; | формулирование основных понятий и методов теории комплексных чисел |
| - выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; | выполнение арифметических операций над матрицами, решение систем линейных уравнений |
| - решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; | решение задач аналитической геометрии, используя уравнения прямых и кривых второго порядка |
| - применять методы дифференциального и интегрального исчисления; | решение задач дифференциального и интегрального исчисления |
| - решать дифференциальные уравнения; | решение дифференциальных уравнений |
| - пользоваться понятиями теории комплексных чисел. | формулирование основных понятий и методов теории комплексных чисел и применение их при решении задач |

5.3.2. Перечень вопросов для контроля знаний образовательных результатов

| Проверяемые образовательные результаты (знания) | Примерные вопросы для контроля в соответствии с уровнем освоения |
|--|---|
| <p>- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</p> | <ol style="list-style-type: none"> 1. Определение предела функции. 2. Свойства пределов. 3. Замечательные пределы. 4. Определение матрицы и определителя. 5. Арифметические действия над матрицами. 6. Методы вычисления определителя. 7. Понятие обратной матрицы. 8. Системы линейных уравнений. 9. Метод Крамера решения систем линейных уравнений. 10. Определение вектора. 11. Операции над векторами. 12. Скалярное, смешанное, векторное произведение векторов и их приложения. 13. Уравнение прямой на плоскости. 14. Расстояние от точки до прямой. 18. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости. |
| <p>- основы дифференциального и интегрального исчисления;</p> | <ol style="list-style-type: none"> 1. Понятие производной. 2. Правила вычисления производных. 3. Понятие интеграла. 4. Методы вычисления интегралов. 5. Вычисление площадей криволинейных трапеций. 6. Частные производные. 7. Двойной интеграл. 8. Методы решения дифференциальных уравнений. |
| <p>- основы теории комплексных чисел.</p> | <ol style="list-style-type: none"> 1. Определение комплексных чисел. 2. Правила выполнения операций с комплексными числами. 3. Формы представления комплексных чисел. |

5.3.3. Перечень заданий для контроля умений образовательных результатов

| Проверяемые образовательные результаты (умения) |
|--|
| - выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; |
| - решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; |
| - применять методы дифференциального и интегрального исчисления; |
| - решать дифференциальные уравнения; |
| - пользоваться понятиями теории комплексных чисел. |

Содержание разделов / тем учебной дисциплины и контрольные задания

Тема 1. Основы теории комплексных чисел

Содержание учебного материала:

Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.

Практическое занятие:

Решение задач с комплексными числами.

Формы текущего контроля по теме: практическая работа.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Сформулируйте определение комплексного числа.
2. Какие существуют формы записи комплексных чисел?
3. Как выполнить сложение, вычитание, умножение, деление комплексных чисел в алгебраической форме записи?
4. Как выполнить переход от алгебраической формы записи комплексного числа к показательной и тригонометрической форме?
5. Как выполнять действия над комплексными числами в показательной и тригонометрической формах?

Тема 2. Теория пределов

Содержание учебного материала:

Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей. Односторонние пределы, классификация точек разрыва.

Практическое занятие:

Решение задач по теории пределов.

Самостоятельная работа: Изучение теоретического материала.

Формы текущего контроля по теме: практическая работа.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Что называют пределом функции в точке?
2. Что называют пределом функции при x стремящемся к $от$?
3. Какие существуют свойства пределов функций? Какие из них вы использовали при выполнении данных заданий?
4. Какие из замечательных пределов использовали при выполнении данных

заданий?

5. Что называют неопределённостью при вычислении пределов функций?
6. Какие виды неопределённостей существуют?
7. Как раскрыть неопределённость вида $\frac{0}{0}$ от-от?

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Содержание учебного материала:

Определение производной. Производные и дифференциалы высших порядков. Полное исследование функции. Построение графиков.

Практическое занятие:

Вычисление производной. Полное исследование функции и построение графика.

Формы текущего контроля по теме: практическая работа, письменный опрос.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Определение функции, области определения и области значения функции.
2. Назовите виды функций.
3. Дайте определение производной и первообразной функции.
4. Сформулируйте правила вычисления производной и первообразной функции.
5. Таблицы производных и таблица первообразных функции.
6. Алгоритм полного исследования функции.

Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной

Содержание учебного материала:

Неопределенный и определенный интеграл и его свойства. Вычисление неопределенного интеграла с помощью таблицы интегралов, методом подстановки и по частям.

Вычисление определенных интегралов, нахождение площади криволинейной трапеции.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов.

Практическое занятие:

Интегральное исчисление, решения интегралов, вычисление интегралов.

Формы текущего контроля по теме: практическая работа.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Определение неопределенного и определенного интеграла.
2. Назовите виды функций.
3. Дайте определение производной и первообразной функции.
4. Сформулируйте правила вычисления производной и первообразной функции.
5. Таблицы производных и таблица первообразных функции.
6. Алгоритм полного исследования функции.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных

Содержание учебного материала:

Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков.

Практическое занятие:

Решение задач с частными производными.

Самостоятельная работа: Изучение теоретического материала.

Формы текущего контроля по теме: письменный опрос.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Определение функции нескольких переменных.
2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
3. Нахождение частных производных функции.

Тема 6. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных

Содержание учебного материала:

Двойные интегралы и их свойства. Повторные интегралы. Приложение двойных интегралов.

Практическое занятие:

Решение задач применением двойных интегралов.

Самостоятельная работа: Изучение теоретического материала.

Формы текущего контроля по теме: письменный опрос.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Определение двойного интеграла.
2. Свойства двойного интеграла.
3. Применение двойных интегралов.

Тема 7. Теория рядов

Содержание учебного материала:

Определение числового ряда. Сумма числового ряда. Признаки сходимости числовых рядов. Функциональные ряды. Степенной ряд.

Практическое занятие:

Вычисление суммы числового ряда.

Самостоятельная работа: Изучение теоретического материала.

Формы текущего контроля по теме: письменный опрос.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Определение числового ряда и его свойства.
2. Определение функциональной последовательности и функционального ряда.
3. Исследование сходимости рядов.

Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Содержание учебного материала:

Общее и частное решение дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка.

Практическое занятие:

Решение дифференциальных уравнений.

Самостоятельная работа: Изучение теоретического материала.

Формы текущего контроля по теме: практическая работа.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Определение дифференциального уравнения, виды дифференциальных уравнений.
2. Метод разделения переменных.
3. Метод Бернулли.

Тема 9. Матрицы и определители

Содержание учебного материала:

Понятие матрицы. Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Самостоятельная работа: Выполнение арифметических операций над матрицами. Вычисление определителя матрицы. Нахождение обратной матрицы.

Практическое занятие:

Решение задач по линейной алгебре. Выполнение арифметических операций над матрицами. Вычисление определителя матрицы. Нахождение обратной матрицы.

Формы текущего контроля по теме: письменный опрос.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Определение матрицы и определителя.
2. Виды матриц и определителя.
3. Свойства определителя.

4. Понятие обратной матрицы, нахождение обратной матрицы.
5. Методы вычисления определителя.
6. Действия над матрицами.

Тема 10. Системы линейных уравнений

Содержание учебного материала:

Основные понятия системы линейных уравнений. Правило решения произвольной системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

Практическое занятие:

Решение задач по линейной алгебре. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Самостоятельная работа: изучение теоретического материала.

Формы текущего контроля по теме: практическая работа.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Ступенчатый метод Гаусса для решения систем линейных уравнений.
2. Преобразование системы линейных уравнений ступенчатым методом Гаусса.

Тема 11. Векторы и действия с ними

Содержание учебного материала:

Определение вектора. Операции над векторами, их свойства. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов.

Практическое занятие:

Нахождение скалярного, смешанного, векторного произведения векторов.

Самостоятельная работа: Изучение теоретического материала, подготовка к опросу.

Формы текущего контроля по теме: письменный опрос.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Определение вектора.
2. Свойства векторов.
3. Операции над векторами.
4. Скалярное, смешанное, векторное произведение векторов.

Тема 12. Аналитическая геометрия на плоскости

Содержание учебного материала:

Уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка на плоскости. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости.

Практическое занятие:

Решение задач по аналитической геометрии.

Самостоятельная работа: Изучение теоретического материала.

Формы текущего контроля по теме: практическая работа.

Вопросы для подготовки к текущей аттестации по теме:

1. Понятие расстояния между точками в пространстве.
2. Уравнение прямой на плоскости.
3. Расстояние от точки до прямой.
4. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости.

5.3.4. Критерии оценки образовательных результатов

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ К КОМПЕТЕНЦИЯМ

Перечень оценочных материалов

(закрытого типа)

| ОК-1 | ОК-2 |
|---|---|
| <p>1. Какая из функций является четной</p> <p>а) $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$;</p> <p>б) $f(x) = 2^x + 2^{-x}$;</p> <p>в) $f(x) = x - x$;</p> <p>г) $f(x) = x - 5e^{x^2}$.</p> <p>2. Элементами натуральных чисел является ...</p> <p>а) 0</p> <p>б) 9</p> <p>в) -3</p> <p>г) $\sqrt{11}$</p> <p>3. Пусть $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ – ряд с положительными членами, и существует конечный предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l$. Тогда по признаку Даламбера ряд сходится, если</p> <p>а) $l = 1$</p> <p>б) $l > 1$</p> <p>в) $l < 1$</p> <p>г) $l \leq 1$</p> <p>4. Если $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 3 + i$, то $z_1 * z_2$ равно ...</p> <p>а) $6 - 5i$</p> <p>б) $7 - i$</p> <p>в) $5 - i$</p> <p>г) $5 + i$</p> <p>5. Является ли функция непрерывной</p> $f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & x \geq -1 \end{cases}$ | <p>1. Производная частного $\frac{2x-1}{4x-1}$ равна ...</p> <p>а) $\frac{16x - 6}{(4x - 1)^2}$</p> <p>б) $\frac{2}{4x - 1}$</p> <p>в) $-\frac{2}{(4x-1)^2}$</p> <p>г) $\frac{2}{(4x - 1)^2}$</p> <p>2. Какова величина функции $U = x^2 - y^2 + yz - x$ в точке А (1, 0, -1)?</p> <p>а) -1</p> <p>б) 1</p> <p>в) 0</p> <p>г) $\sqrt{2}$</p> <p>3. Общее решение дифференциального уравнения $y''' = \sin 3x$ имеет вид ...</p> <p>А) $y = -\frac{1}{27} \cos 3x + \frac{c_1}{2} x^2 + c_2 x + c_3$</p> <p>Б) $y = \frac{1}{27} \cos 3x + C$</p> <p>в) $y = \frac{1}{27} \cos 3x + \frac{c_1}{2} x^2 + c_2 x + c_3$</p> <p>г) $y = \cos 3x + \frac{c_1}{2} x^2 + c_2 x + c_3$</p> <p>4. Решением дифференциального уравнения $y' - y = e^x$ является функция</p> <p>а) $y = e^x + C$</p> <p>б) $y = xe^x + C$</p> <p>в) $y = (x + C)e^x$</p> <p>г) $y = x/e^x + C$</p> |

| | |
|--|--|
| <p>а) да; б) нет.</p> <p>6. Данная функция является композицией нескольких функций $f(x) = \sqrt[5]{\lg(\sin x^2)}$ а) четырех б) трех в) пяти г) двух</p> <p>7. Областью определения функции $y = \ln \sqrt{x-5}$ является промежуток а) $(0; \infty)$; б) $[5; +\infty)$; в) $(5, \infty)$; г) $(-\infty, +\infty)$.</p> <p>8. Дана функция $y = \sqrt{x^2 - 8x + 16}$. Тогда ее областью значений является множество ... а) $[4; +\infty)$ б) $(0; +\infty)$ в) $(-\infty; +\infty)$ г) $[-4; +\infty)$</p> <p>9. График функции $y=mf(x)$ есть график $y=f(x)$... а) при $m>1$ сжатый в m раз вдоль оси Oy б) при $m>1$ сжатый в m раз вдоль оси Ox в) при $m>1$ растянутый в m раз вдоль оси Oy г) при $m>1$ растянутый в m раз вдоль оси Ox</p> <p>10. Областью определения функции $y = \frac{\ln(1+x)}{x-1}$ является промежуток а) $(-1,1) \cup (1,+\infty)$; б) $(-\infty,1) \cup (1,+\infty)$; в) $(1,+\infty)$; г) $(-\infty,-1)$.</p> <p>11. Какая из приведенных функций является четной а) $f(x) = x - 3x^2$; б) $f(x) = 3x^2 - 5x$; в) $f(x) = 2 \sin x$; г) $f(x) = \frac{x}{\cos x}$.</p> <p>12. Элементами множества натуральных чисел являются ...</p> | <p>5. Однородному дифференциальному уравнению второго порядка $y'' - 3y' - y = 0$ соответствует характеристическое уравнение ... а) $\lambda^2 - 3\lambda - 1 = 0$ б) $\lambda^2 - 3\lambda + 1 = 0$ в) $\lambda^2 - 3\lambda = 0$ г) $3\lambda^2 + 2\lambda - 1 = 0$</p> <p>6. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{3}\right)^{\frac{5}{x}}$ равно ... а) $e^{\frac{5}{3}}$ б) 1 в) e^{15} г) e^5</p> <p>7. Интеграл $\int 2^{3x-1} dx$ равен а) 2^{3x} б) $\frac{2^x}{\ln 2}$ в) $\frac{1}{3} \frac{8^x}{\ln 8}$ г) $\frac{1}{2} \frac{8^x}{\ln 8}$</p> <p>8. Интеграл $\int_0^1 x^3 dx$ равен а) 0,25 б) 0,33 в) 1 г) 0,5</p> <p>9. Вертикальной асимптотой графика функции $y = \frac{3x-5}{2x+3}$ является прямая определяемая уравнением ... а) $y = -\frac{5}{3}$ б) $x = 0$ в) $y = \frac{3}{2}$ г) $x = -\frac{3}{2}$ $\frac{\pi}{4}$</p> <p>10. Определенный интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$ равен ... а) -0,5 б) 0,5 в) -8 г) -0,25</p> |
|--|--|

| | |
|--|--|
| <p>а) π б) $\sqrt{3}$ в) 3 г) -10</p> <p>13. Значение функции $f(z) = z^2 + 4i$ в точке $z_0 = 2 + i$ равно ... а) $3 + 6i$ б) $3 + 8i$ в) $5 + 8i$ г) $5 + 6i$</p> <p>14. Модуль комплексного числа $2 - 4i$ равен... А) 2 б) $\sqrt{6}$ в) $2\sqrt{5}$ г) $\sqrt{2}$</p> <p>15. Как называется представленный ряд $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$? а) ряд Фурье б) ряд Маклорена в) расходящийся ряд г) сходящийся ряд</p> <p>16. Областью определения функции $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2-1}$ является промежуток а) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$; б) $(-1, 1)$; в) $[3, +\infty)$; г) $(1, 3)$.</p> <p>17. Какая из функций является нечетной а) $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$; б) $f(x) = 2^x + 2^{-x}$; в) $f(x) = x - x$; г) $f(x) = x - 5e^{-x^2}$.</p> <p>18. График функции $y=f(x)+b$ есть график $y=f(x)$, сдвинутый а) при $b>0$ вниз на b единиц параллельно оси Oy б) при $b>0$ вверх на b единиц параллельно оси Oy в) при $b>0$ влево на b единиц параллельно оси Ox г) при $b>0$ вправо на b единиц параллельно оси Ox</p> <p>19. Функция $y=3^x$ называется</p> | <p>11. Интеграл $\int \frac{dx}{(1+x^2) \arctg^2 x}$ равен... а) $-\frac{1}{(1+x^2) \arctg x} + C$ б) $-\frac{1}{\arctg x} + C$ в) $\frac{1}{\arctg^2 x} + C$ г) $-\arctg x + C$</p> <p>12. Горизонтальной асимптотой графика функции $y = \frac{x}{3x+4}$ является прямая, определяемая уравнением... а) $x = -\frac{4}{3}$ б) $y = -\frac{4}{3}$ в) $x=0$ г) $y = \frac{1}{3}$</p> <p>13. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ равен а) 0; б) 1; в) 2/3; г) 1/2.</p> <p>14. Производная функции $y = (\sqrt{x} + 10)^3$ равна а) $y' = \frac{3(\sqrt{x}+10)^2}{2}$ б) $y' = 3(\sqrt{x} + 10)^2$ в) $y' = 3x$ г) $y' = \frac{3(\sqrt{x}+10)^2}{2\sqrt{x}}$</p> <p>15. Решение задачи Коши $\frac{dx}{dt} = 4$, $x = 1$ при $t = 1$ имеет вид ... а) $x = 4$ б) $x = 4t - 1$ в) $x = 4t + 3$ г) $x = 4t - 3$</p> <p>16. Порядок дифференциального уравнения можно понизить заменой... а) $y'=z(x)$ б) $y'=z(y)$ в) $y''=z(y)$</p> |
|--|--|

| | |
|--|--|
| <p>а) степенной б) показательной в) убывающей г) неэлементарной</p> <p>20. График функции $y=f(x+a)$ есть график $y=f(x)$, сдвинутый а) при $a>0$ вниз на a единиц параллельно оси Oy б) при $a>0$ вверх на a единиц параллельно оси Oy в) при $a>0$ влево на a единиц параллельно оси Ox г) при $a>0$ вправо на a единиц параллельно оси Ox</p> <p>21. Определитель матрицы $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & -4 & 5 \end{vmatrix}$ 3 порядка равен а) 0 б) 8 в) -8 г) 25</p> <p>22. Система уравнений $\begin{cases} x - y + 2z - 8 = 0 \\ 2x + y - z + 3 = 0 \end{cases}$ выражает в пространстве а) плоскость б) прямую в) точку пересечения двух прямых г) линию пересечения двух плоскостей</p> <p>23. Как называется матрица, определитель которой равен 0? а) нуль-матрица б) единичной в) невырожденной г) вырожденной</p> <p>24. Расстояние от точки $(-5;3)$ до оси Oy равно ... а) 5 б) 2 в) $\sqrt{34}$ г) 3</p> <p>25. Если все элементы какой-либо строки (столбца) матрицы умножить на число λ, то ее определитель...</p> | <p>г) $y''=z(x)$</p> <p>17. Вертикальной асимптотой графика функции $y = \frac{x}{3x+4}$ является прямая, определяемая уравнением...</p> <p>а) $x = -\frac{4}{3}$ б) $y = -\frac{4}{3}$ в) $x=0$ г) $y = \frac{1}{3}$</p> <p>18. Из заданных дифференциальных уравнений линейными неоднородными уравнениями 1-го порядка являются ...</p> <p>а) $\frac{dy}{dx} + x^3y = y^3 \cos x$ б) $x \frac{dy}{dx} + 2y = e^x$ в) $\frac{dy}{dx} - y = \frac{x}{y^2 + 1}$ г) $\frac{dy}{dx} + 4y + \sin 3x = 0$</p> <p>19. Частному решению линейного неоднородного дифференциального $y'' + y' + 12y = x + 5$ по виду его правой части соответствует функция ...</p> <p>а) $f(x) = Ae^x + Be^{-4x}$ б) $f(x) = Ax + B$ в) $f(x) = e^{3x}(Ax + B)$ г) $f(x) = Ax^2 + Bx$</p> <p>20. Как расположена плоскость $4x+2y-1=0$? а) Содержит ось Oy б) Параллельна плоскости Oxz в) Параллельна оси Oz г) Перпендикулярна Oz д) Проходит через начало координат</p> <p>21. Уравнение прямой, проходящей через точку $A(0; 10; -3)$ перпендикулярно</p> |
|--|--|

- а) не изменится
 б) будет равен нулю
 в) умножится на число λ
 г) поменяет знак на противоположный

26. Данная матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

является ...

- а) нуль-матрицей
 б) единичной
 в) диагональной
 г) вырожденной

27. Система уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 20 \\ x_1 - x_2 = 10 \end{cases}$

является ...

- а) равносильной
 б) совместной и неопределенной
 в) несовместной
 г) совместной и определенной

28. Алгебраическое дополнение

элемента A_{32} матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 7 & -4 & 5 \end{pmatrix}$

порядка равно

- а) -4
 б) -5
 в) -1
 г) 5

29. Минором элемента a_{13} матрицы

$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 7 & -4 & 5 \end{pmatrix}$ 3 порядка является

- а) 3
 б) -14
 в) 14
 г) -3

30. Произведением АВ матриц $A =$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ будет

а) $\begin{pmatrix} 6 & 13 \\ 24 & 47 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 5 & 14 \\ 20 & 50 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 6 & 24 \\ 13 & 47 \end{pmatrix}$

плоскости

$x + y - 10z = 0$, имеет вид ...

а) $\frac{x}{1} = \frac{y+10}{-1} =$

$\frac{z-3}{-10}$

б) $\frac{x}{1} = \frac{y-10}{1} = \frac{z+3}{10}$

в) $\frac{x}{1} = \frac{y+10}{1} = \frac{z-3}{-10}$

г) $\frac{x}{1} = \frac{y-10}{1} = \frac{z+3}{-10}$

22. Уравнением прямой, перпендикулярной прямой $y = 6x - 5$, является ...

а) $x + 5y - 13 = 0$

б) $x + 6y - 7 = 0$

в) $6x - y - 2 = 0$

г) $5x - y + 1 = 0$

23. Уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;2;2)$ и ось Oz имеет вид

а) $x+z=4$

б) $x-y=0$

в) $x+y=4$

г) $x+y+z-6=0$

24. Плоскость, проходящая через начало координат параллельно плоскости $4+8y-16z-1=0$, имеет уравнение ...

а) $x+2y+4z=0$

б) $x+2y-4z=0$

в) $x-2y-4z=0$

г) $4x+8y-16z+1=0$

25. Как расположена плоскость $2x - 5 = 0$?

а) параллельна оси Oy

б) параллельна оси Oz

в) параллельна плоскости Oyz

г) параллельна плоскости Oxy

26. Плоскость, заданная уравнением $5x - 2y + z - 10 = 0$, отсекает от оси Ox отрезок, равный...

а) 5

б) 0,5

в) 2

г) 10

27) Что выражает данное уравнение $\frac{x-x_0}{m} =$

$\frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$?

| | |
|---|--|
| <p>г) $\begin{pmatrix} 24 & 47 \\ 6 & 13 \end{pmatrix}$</p> <p>31. Система уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 10 \\ 2x_1 + x_2 = 15 \end{cases}$ является...</p> <p>а) равносильной б) совместной и неопределенной в) несовместной г) совместной и определенной</p> <p>32. Свойство обратной матрицы</p> <p>а) $A^{-1} = A^T \cdot A$ б) $A^{-1} \cdot E = A$ в) $A^{-1} = E/A$ г) $A \cdot A^{-1} = E$</p> <p>33. Произведением матриц A 3×4 и B 4×3 будет...</p> <p>а) $\begin{matrix} C \\ 3 \times 3 \end{matrix}$ б) $\begin{matrix} C \\ 4 \times 4 \end{matrix}$ в) $\begin{matrix} C \\ 3 \times 4 \end{matrix}$ г) не существует</p> | <p>а) каноническое уравнение плоскости б) уравнение прямой в отрезках в) уравнение плоскости в отрезках г) каноническое уравнение прямой в пространстве</p> <p>28. Найти величину острого угла между прямыми $\frac{x}{10} = \frac{y+1}{8} = \frac{z-1}{7}$ и $\frac{x-4}{-4} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{8}$</p> <p>а) $\pi/2$ б) $\pi/4$ в) 60° г) 30°</p> |
|---|--|

Ответы к тестовым заданиям:

| № задания | Верный ответ ОК - 1 | Верный ответ ОК - 2 | Оценка ответа в баллах |
|-----------|------------------------|------------------------|---------------------------|
| 1 | Б | Г | 1 |
| 2 | Б | В | 1 |
| 3 | В | В | 1 |
| 4 | Б | В | 1 |
| 5 | А | А | 1 |
| 6 | А | А | 1 |
| 7 | В | Г | 1 |
| 8 | В | А | 1 |
| 9 | В | Г | 1 |
| 10 | А | Б | 1 |
| 11 | А | Б | 1 |
| 12 | В | Г | 1 |
| 13 | Б | В | 1 |
| 14 | В | Н | 1 |
| 15 | А | Г | 1 |
| 16 | В | А | 1 |
| 17 | А | А | 1 |
| 18 | Б | Б | 1 |
| 19 | Б | Б | 1 |
| 20 | В | Б | 1 |

| | | | |
|----|---|---|---|
| 21 | Б | Г | 1 |
| 22 | Б | Б | 1 |
| 23 | Г | Б | 1 |
| 24 | Г | В | 1 |
| 25 | В | В | 1 |
| 26 | В | В | 1 |
| 27 | Г | Г | 1 |
| 28 | Г | А | 1 |
| 29 | Б | | 1 |
| 30 | А | | 1 |
| 31 | В | | 1 |
| 32 | Г | | 1 |
| 33 | Г | | 1 |

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ (ЗАКРЫТОГО ТИПА)

ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности

3 СЕМЕСТР

$$\log \log^{5^{243}} 3$$

1. Вычислить

- 1) 1
- 2) 5
- 3) 3
- 4) -1

$$\frac{2}{4}$$

2. Представить в виде степени выражение $5 \cdot 5^3 \cdot 5^3$.

- 1) $25^{\frac{8}{9}}$;
- 2) $5^{\frac{8}{9}}$;
- 3) 25^2 ; 4) 5^2 .

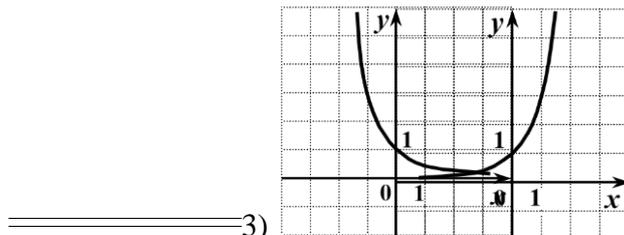
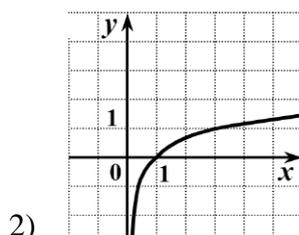
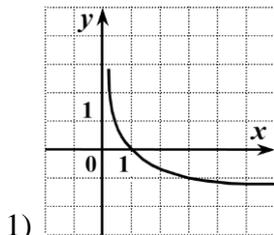
3. Указать промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_2 \sqrt{x-1} = \log_2 \sqrt{3x}$.

- 1) $[-1; 1]$;
- 2) $[-1; 0]$;
- 3) $(0; 1)$;
- 4) $[1; 3]$.

ОК 4. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами **4. Найти корень уравнения $2^{5x-4} = 16^{x+3}$.**

- 1) 2;
- 2) 8;
- 3) 16; 4) 24.

5. Указать график функции, заданной формулой $y = 0,5^x$.



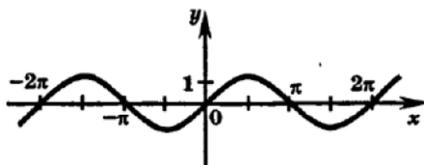
- 1) $2x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 4x + 5$
- 2) $2x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$
- 3) $-2x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5x$
- 4) $2x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 4x$

6. $y = 1x^4 - \frac{1}{9}x^3 - 2x^2 - 5x$ Вычислите производную функции.

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

7. График какой функции изображен на рисунке?

- 1) $y = \cos x$;
- 2) $y = \sin x$;
- 3) $y = \operatorname{ctg} x$;
- 4) $y = \operatorname{tg} x$.



8. Упростить выражение $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) - (\sin^2 \alpha + 3)$.

- 1) -3;
- 2) -5; 3) 3; 4) 4.

9. $y = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 6x - 2$

9. Исследуйте функцию на экстремум

- 1) экстремумов нет

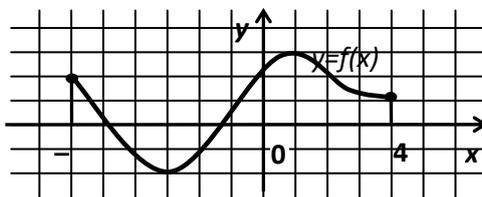
$$x_{\min} = 1 \quad x_{\min} = -2 \quad 2)$$

$$x_{\max} = -2 \quad x_{\max} = 3 \quad 3)$$

$$x_{\max} = 1 \quad x_{\min} = 2 \quad 4)$$

10. Функция $y =$
 $[-6; 4]$. Какому
 все точки

- 1) $[-6; 0]$;
- 2) $[0; 4]$;
- 3) $[-2; 3]$; 4) $[-3; 1]$.



$f(x)$ задана на промежутке
 промежутку, принадлежат
 экстремума?

11. Найти значение производной функции $y = x \cdot e^x$ в точке $x_0 = 1$.

- 1) $2e$;
- 2) e ;
- 3) $1 + e$;
- 4) $2 + e$;

12. Найти производную функции $y = (2 - 5x)^{10}$.

- 1) $y' = -20(2 - 5x)^9$;
- 2) $y' = 10(2 - 5x)^9$; 3) $y' = -50x(2 - 5x)^9$; 4) $y' = -50(2 - 5x)^9$.

ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

13. Среди заданных функций выбрать первообразную для функции $y = -7x^3$

- 1) $21x^2$;
- 2) $-7x^4$;
- 3) $1,75x^4$;
- 4) $10x^4$.

4 СЕМЕСТР

14. Боковое ребро наклонной призмы равно 15см и наклонено к плоскости основания под углом 30° . Найти высоту призмы.

- 1) 30;
- 2) 10;
- 3) 7,5;
- 4) 20;

15. Среди 200 ламп 5 бракованных. Какова вероятность того, что взятая наугад лампа бракованная?

- 1) 0,025;
- 2) 0,05;
- 3) 0,95; 4) 0,975%.

16. Производная функции $y=e^{5x+4}$ имеет вид:

- 1) $Y=e^{5x+4}$
- 2) $Y=5e^{5x+4}$
- 3) $Y=4e^{5x+4}$
- 4) $y=(5x+4)e^{5x}$

ОК 9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

17. Установите соответствие между функциями и их производными.

- | | |
|---------------------------|-----------------------|
| 1) $f(x) = (12x^2 + 1)^4$ | а) $6(2x + 7)^2$ |
| 2) $f(x) = (x + 3)^2$ | б) $2(x + 3)$ |
| 3) $f(x) = (2x + 7)^3$ | в) $96x(12x^2 + 1)^3$ |

18. Угловой коэффициент касательной к графику функции $y=x^2+6x+10$ в т. $x_0 = 4$ равен:

- 1) 78
- 2) 14
- 3) 15
- 4) -14

19. Производная функции $y = \sin x * e^x$ равна...

1. $e^x \cos x + x * e^{x-1} * \sin x$
2. $6.e^x(\sin x + \cos x)$
3. $в.e^x \cos x$
4. $г.e^x(\sin x - \cos x)$

20. Установите соответствие между функциями и их производными.

- | | |
|--|--------------------------|
| 1) $f(x) = (15x^3 + 2)^4$ | а) $x^4 + x^3 - 6x$ |
| 2) $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 + 9$ | б) $-\frac{6}{(x-1)^2}$ |
| 3) $f(x) = \frac{x+5}{x-1}$ | с) $180x^2(15x^3 + 2)^3$ |

21. Тело движется прямолинейно со скоростью $V(t) = (3t^2 + 4t + 1)$ (м/с).

Тогда путь, пройденный телом за первые 3с, равен...

- 1) 48
- 2) 22
- 3) 45
- 4) 40

- 3) $12 * \ln|3x^4 - 2| + C$
- $\frac{1}{12} * |3x^4 - 2| + C$
- $\frac{1}{12} * \ln|3x^4 - 2| + C$
- $\frac{1}{12} * \ln|t| + C$

$$\int \frac{x dx}{3x^4 - 2}$$

22. Неопределённый интеграл равен...

- 1.
- 2.
- 3.
- .
- 4.
- .

23. Наименьшее значение функции $f(x) = x^2 * e^x$ на отрезке $[-3;0]$ равно...

- а. -3 1.
- б. $\frac{4}{e^2}$ 2.
- в. 0 3.
- г. $-\frac{4}{e^2}$ 4.

24. Производная функции $y=e^{6x+1}$ имеет вид:

1. $y = e^{6x+1}$
2. $y = 6e^{6x+1}$
3. $y = 6e^{5x+1}$
4. $y = (6x+1) e^{4x}$

25. Производная функции $y = 7 \arccos x$ в точке $x_0=0$ равна:

1. -5
2. 0
3. 27
4. -1

КЛЮЧ ОТВЕТОВ

| № вопроса | Верный ответ |
|-----------|--------------|
| 1 | 4 |
| 2 | 4 |
| 3 | 3 |
| 4 | 3 |
| 5 | 3 |
| 6 | 2 |
| 7 | 2 |
| 8 | 1 |

| | |
|----|-------------|
| 9 | 4 |
| 10 | 4 |
| 11 | 1 |
| 12 | 4 |
| 13 | 3 |
| 14 | 3 |
| 15 | 1 |
| 16 | 2 |
| 17 | 1-в 2-б 3-а |
| 18 | 2 |
| 19 | 2 |
| 20 | 1-б 2-в 3-а |
| 21 | 1 |
| 22 | 3 |
| 23 | 3 |
| 24 | 2 |
| 25 | 4 |

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ (ОТКРЫТОГО ТИПА)

3 СЕМЕСТР

ОК-1

| Номер задания | Содержание вопроса/задания |
|---------------|---|
| 1. | Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -2 \end{vmatrix}$ |
| 2. | Выполнить умножение матриц $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 3. | Выполнить умножение матриц $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 4. | Решить систему линейных уравнений методом Крамера $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 + 4x_3 = 2, \\ 7x_1 - x_2 + 5x_3 = 5. \end{cases}$ |

| | |
|-----|---|
| 5. | Найти производную функции $y = e^x \cos x$. |
| 6. | Найти производную многочлена $y = x^3 - 3x^2 + 5x + 2$. |
| 7. | Найти производную функции $y = \frac{x^2 + 1}{\sin x}$. |
| 8. | Найти производную функции $y = \sin x^3$ |
| 9. | $\int (3x^2 - 2x + 5) dx$ |
| 10. | $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx$ |
| 11. | $\int 4^{3x-1} dx$ |
| 12. | $\int \frac{\arcsin^3 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| 13. | $\int x \cos x dx$ |
| 14. | $\int \frac{\ln x dx}{x^3}$ |
| 15. | Найти координаты вектора $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, если $A(1, 3, 2)$, $B(5, 8, -1)$. |
| 16. | 3. Составить уравнение прямой, проходящей через точки $M(-1, 3)$ и $N(2, 5)$. |
| 17. | Решить систему методом Крамера: $\left(\begin{array}{cc c} 5 & 3 & 8 \\ 3 & 2 & 7 \end{array} \right)$. |
| 18. | $y = \left[\sqrt[3]{\frac{1}{7+x^2}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \right] \cdot 24$; $y'(1)$. |
| 19. | Вычислить интеграл $\int \sin^3 x \cos x dx$. |
| 20. | Вычислить интеграл $\int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx$. |
| 21. | $\int 2x^2 \ln 3x dx$ |
| 22. | Найти производную функции $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1 - e^{3x}}$ |

| | |
|-----|---|
| 23. | Найти наибольшее и наименьшее значения функции: $y = x + \frac{8}{x^4}$ на отрезке $[1; 3]$. |
| 24. | Вычислить $\int (3x+15)^{17} dx$. |
| 25. | Вычислить $\int \frac{dx}{2-3x^2}$. |
| 26. | $\int \frac{x dx}{4+x^4}$ |
| 27. | Вычислить $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^{2x}}}$ |
| 28. | $\int x\sqrt{x-5}$ |
| 29. | Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$. Найти $3A^2 - 2A$. |
| 30. | Найти скалярное произведение векторов $a = (4; -3; 1)$ и $b = (5; -2; -3)$. |
| 31. | $\int x \operatorname{arctg}(x) dx$ |
| 32. | $\int \frac{4x+3}{4x-1} dx$ |
| 33. | $\int \frac{x dx}{\sin^2(x)}$ |
| 34. | Вычислить интеграл: $\int (x^4 - 5 \cdot x^2 + 3) dx$ |
| 35. | Вычислить интеграл: $\int_0^{\pi/2} x \cos(x) dx$ |
| 36. | Вычислить интеграл: $\int (3^x + \cos(5 \cdot x)) dx$ |
| 37. | Вычислить неопределенный интеграл: $\int x^3 \cdot \sqrt{2x^4 - 1} dx$ |

| | |
|-----|---|
| 38. | $\int \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^2 x}$ |
| 39. | Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{e^{5+\operatorname{tg}x-2}}{\cos^2 x} dx$ |
| 40. | Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{\cos x dx}{4 + \sin^2 x}$ |
| 41. | $\int \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^5} dx$ |
| 42. | Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x}}$ |
| 43. | $\int (2x - 5) \cos 4x dx$ |
| 44. | $\int \ln(1 + x^2) dx$ |
| 45. | Вычислить неопределенный интеграл: $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x - 4)(x - 3)(x - 2)} dx$ |
| 46. | Вычислить неопределенный интеграл: $\int (2 - 8x) \cdot \cos 4x dx$ |
| 47. | Вычислить неопределенный интеграл: $\int \ln(3 - 7x) dx$ |
| 48. | Найдите неопределенный интеграл: $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$ |
| 49. | Вычислить неопределенный интеграл: $\int (x - 1)e^{-5x} dx$ |

| | |
|-----|--|
| 50. | Найти неопределенные интегралы методом подстановки: $\int x\sqrt{2+x^2} dx$ |
|-----|--|

ОК-2

| | |
|-----|--|
| 51. | Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -6 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix}$ |
| 52. | Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 & -6 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ |
| 53. | Вычислить определитель матрицы: $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -6 & -5 \end{vmatrix}$ |
| 54. | Найти $ \vec{a} $, если $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$. |
| 55. | Пусть $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$. Найти длину вектора \vec{c} . |
| 56. | Даны точки: $m. A(3; -2; 4)$, $m. B(4; -1; 2)$, $m. C(6; -3; 2)$, $m. D(7; -3; 1)$; $m. E(-2; 4; 3)$ и $m. F(5; -1; 3)$. Найти векторы $\vec{m} = 2\vec{AC} - \vec{DE}$ и $\vec{n} = \vec{DF} + 3\vec{BE}$ Вычислить скалярное произведение $\vec{m} \cdot \vec{n}$. |
| 57. | Даны векторы $\vec{a}(2;1)$, $\vec{b}(-1;1)$. Найти скалярное произведение $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (11\vec{a} - \vec{b})$. |
| 58. | Даны точки: $m. A(3; -2; 4)$, $m. B(4; -1; 2)$, $m. C(6; -3; 2)$, $m. D(7; -3; 1)$; $m. E(-2; 4; 3)$ и $m. F(5; -1; 3)$. Найти углы между векторами \vec{BD} и \vec{AF} ; |

| | |
|-----|--|
| 59. | Выполнить действия над матрицами. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Найти } A \cdot (A+B)$ |
| 60. | Проверить равенство $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$, где $A = \begin{pmatrix} 7 & 6 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -4 & 6 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ |
| 61. | Найти матрицу $D=AB-2C$: $A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 62. | Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -6 & 5 \\ 6 & 8 & 2 \\ 5 & 2 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -8 & 1 \\ 2 & 6 & -2 \\ -3 & -4 & -2 \end{pmatrix}$ |
| 63. | Дана система линейных уравнений. Решить её по формулам Крамера $\begin{cases} 3x - y + 2z = 7 \\ x + 2y - z = 2 \\ 2x + y + z = 7 \end{cases}$ |
| 64. | Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$. Найти $3A^T \cdot 2B$. |
| 65. | Найти матрицу C , если $C=(2 \cdot A - B) \cdot (B - A)$ $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ |
| 66. | Даны матрицы A и B . Вычислите $2A^T - AB$: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix};$ |

| | |
|-----|--|
| 67. | <p>Решить систему линейных уравнений по правилу Крамера:</p> $\begin{cases} x + 5y + z = -7, \\ 2x - y - z = 0, \\ x - 2y - z = 2. \end{cases}$ |
| 68. | Решить систему уравнений с помощью формул Крамера. |
| | $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 10 \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 2 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 \end{cases}$ |
| 69. | <p>Решить систему уравнений:</p> $\begin{cases} x + y - z = 7 \\ 2x + 6y - 2z = -1 \\ 3x + 7y - 3z = 6 \end{cases}$ |
| 70. | <p>Решить систему линейных уравнений:</p> $\begin{cases} -3x - y - z = 1; \\ x + y + z = 3; \\ -x + 2y + z = 5. \end{cases}$ |
| 71. | <p>Решить систему трех линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера</p> $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 17, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 4. \end{cases}$ |
| 72. | Даны векторы $\vec{a}(-1,-1,4)$; $\vec{b}(5,2,1)$. Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{b}$ и длину \vec{b} . |
| 73. | <p>Даны векторы $\vec{a}(1,2,3)$; $\vec{b}(-1,4,1)$.</p> <p>Найти $\vec{a} \times \vec{b}$ и косинус угла между этими векторами.</p> |
| 74. | <p>Найти координаты вектора \vec{AB} и вычислить его длину:</p> <p>A(2;1), B(6;5)</p> |
| 75. | <p>Вычислить неопределенный интеграл:</p> $\int \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^2 x}$ |

Ключ ответов

| № вопроса | Решение |
|-----------|---|
| 1 | $-6 + 0 - 15 - 20 - 4 = -45.$ <p>Решение:</p> <p>Ответ: - 45</p> |
| 2 | $\begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 2 & 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 \\ 3 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 & 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix};$ <p>Решение:</p> $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ <p>Ответ:</p> |
| 3 | $\begin{pmatrix} 3 \cdot 1 - 1 \cdot 3 & 3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \\ -1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & -1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \end{pmatrix}$ <p>Решение:</p> $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$ <p>Ответ:</p> |
| 4 | <p>Решение:</p> $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 7 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 7 + 2 \cdot (-1) \cdot (-1) - 7 \cdot 0 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 \cdot 5 - 1 \cdot 4 \cdot (-1) =$ $= 0 + 56 + 2 - 0 - 20 + 4 = 42 \neq 0.$ $\Delta x_1 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 5 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0 + 40 + 2 - 0 - 20 + 20 = 42$ $\Delta x_2 = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 10 + 140 - 10 + 14 - 50 - 20 = 84.$ |

| | | |
|----|--|---------------|
| | $\Delta x_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 7 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0 + 28 - 10 - 0 - 20 + 2 = 0$ $x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = \frac{42}{42} = 1; \quad x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = \frac{84}{42} = 2; \quad x_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta} = \frac{0}{42} = 0.$ $(1, 2, 0).$ | <p>Ответ:</p> |
| 5 | <p>Решение:</p> $y' = (e^x \cos x)' = (e^x)' \cdot \cos x + e^x (\cos x)' = e^x \cos x + e^x (-\sin x) = e^x (\cos x - \sin x).$ $e^x (\cos x - \sin x)$ | <p>Ответ:</p> |
| 6 | $y' = (x^3 - 3x^2 + 5x + 2)' = (x^3)' + (-3x^2)' + (5x)' + (2)' =$ <p>Решение: $= 3x^2 - 3(x^2)' + 5(x)' + 0 = 3x^2 - 3 \cdot 2x + 5 \cdot 1 = 3x^2 - 6x + 5.$</p> <p>Ответ: $= 3x^2 - 6x + 5.$</p> | |
| 7 | $y' = \frac{(x^2 + 1)' \cdot \sin x - (\sin x)' \cdot (x^2 + 1)}{\sin^2 x} = \frac{2x \sin x - \cos x (x^2 + 1)}{\sin^2 x}.$ <p>Решение:</p> $\frac{2x \sin x - \cos x (x^2 + 1)}{\sin^2 x}.$ | <p>Ответ:</p> |
| 8 | <p>Решение: $y'_x = \cos x^3 \cdot 3x^2 = 3x^2 \cos x^3.$</p> <p>Ответ: $3x^2 \cos x^3$</p> | |
| 9 | <p>Решение: $3 \int x^2 dx - 2 \int x dx + 5 \int dx = 3 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + 5x + C.$</p> | |
| 10 | $\int \frac{x^2 + 1 - 1}{x^2 + 1} dx = \int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} dx - \int \frac{dx}{x^2 + 1} = \int dx - \operatorname{arctg} x = x - \operatorname{arctg} x + C.$ <p>Решение:</p> | |

| | |
|----|---|
| 11 | $= \left[\begin{array}{l} 3x - 1 = t \\ 3dx = dt \\ dx = \frac{dt}{3} \end{array} \right] = \int 4^t \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4^t}{\ln 4} + C = \frac{1}{3} \cdot \frac{4^{3x-1}}{\ln 4} + C.$ <p>Решение:</p> <p>Ответ:</p> |
| 12 | $= \left[\begin{array}{l} \arcsin x = t \\ d(\arcsin x) = dt \\ \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = dt \end{array} \right] = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\arcsin^4 x}{4} + C.$ <p>Решение:</p> <p>Ответ:</p> |
| 13 | $= \left[\begin{array}{l} u = x \quad dv = \cos x dx \\ du = dx \quad v = \sin x \end{array} \right] = x \sin x - \int \sin x dx =$ <p>Решение: $= x \sin x + \cos x + C.$</p> <p>Ответ:</p> |
| 14 | $= \left[\begin{array}{l} u = \ln x \quad dv = \frac{dx}{x^3} \\ du = \frac{dx}{x} \quad v = -\frac{1}{2x^2} \end{array} \right] = -\frac{\ln x}{2x^2} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{x^3} =$ <p>Решение: $-\frac{\ln x}{2x^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2x^2} + C.$</p> <p>Ответ:</p> |
| 15 | <p>Решение. Поскольку координаты вектора равны разности соответствующих координат конца и начала вектора, получаем $\overrightarrow{AB} = (5 - 1, 8 - 3, -1 - 2) = (4, 5, -3).$</p> <p>Ответ:</p> |

| | |
|----|--|
| 16 | <p>Решение:</p> <p>Решение. Уравнение прямой, проходящей через точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ имеет вид</p> $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}.$ <p>Таким образом, искомое уравнение есть</p> $\frac{x - (-1)}{2 - (-1)} = \frac{y - 3}{5 - 3},$ <p>или, окончательно,</p> $\frac{x + 1}{3} = \frac{y - 3}{2}.$ |
| 17 | <p>Решение. Вычислим необходимые определители</p> $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 11.$ <p>Таким образом, решение системы $x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -5, x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 11.$</p> |
| 18 | <p>Решение:</p> $y' = 24 \left[((7 + x^2)^{-1/3})' + \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right)' \right] =$ $= 24 \left[-1/3(7 + x^2)^{-4/3} 2x + \frac{1/2x^{-1/2}(x^{1/2} + 1) - x^{1/2} \cdot 1/2x^{-1/2}}{(\sqrt{x} + 1)^2} \right] =$ $= -\frac{16x}{(7 + x^2)^{4/3}} + \frac{12}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)^2}; \quad y'(1) = -\frac{16}{8^{4/3}} + \frac{12}{4} = 2.$ |
| 19 | <p>Решение:</p> $\int \sin^3 x \cos x dx = \int \sin^3 x (\sin x)' dx = \int \sin^3 x d \sin x = \{u = \sin x\} =$ $= \int u^3 du = \frac{u^4}{4} + C = \frac{\sin^4 x}{4} + C.$ <p>Ответ:</p> |

| | |
|----|---|
| 20 | <p>Решение. Выполним подстановку $x = u^2$, $dx = 2u du$, $u = \sqrt{x}$.</p> $\int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx = \int \frac{(1+u^2)^2 u}{1+u} du =$ $= 2 \int \frac{u^3+u}{1+u} du = 2 \int \left(u^2 - u + 2 - \frac{2}{1+u} \right) du =$ $= 2 \int (u^2 - u + 2) du - 4 \int \frac{1}{1+u} du =$ $= \frac{2u^3}{3} - u^2 + 4u - 4 \ln 1+u + C =$ $= \frac{2(\sqrt{x})^3}{3} - x + 4\sqrt{x} - 4 \ln(1 + \sqrt{x}) + C.$ <p>Решение: Ответ:</p> |
| 21 | $\int \left(\frac{2x^3}{3} \right)' \ln(3x) dx = \left(\frac{2x^3}{3} \right) \ln 3x - \int \left(\frac{2x^3}{3} \right) \frac{1}{x} dx =$ $= \frac{2x^3 \ln 3x}{3} - \frac{2}{3} \int x^2 dx = \frac{2x^3 \ln 3x}{3} - \frac{2x^3}{9} + C.$ <p>Решение: Ответ:</p> |
| 22 | $y' = \frac{1}{\operatorname{arctg} \sqrt{1-e^{3x}}} \cdot \frac{1}{1+(1-e^{3x})} \cdot \frac{1}{2} (1-e^{3x})^{-1/2} (-e^{3x}) \cdot 3 =$ $= \frac{-3e^{3x}}{2 \operatorname{arctg} \sqrt{1-e^{3x}} (2-e^{3x}) \sqrt{1-e^{3x}}}$ <p>Решение: Ответ:</p> |
| 23 | $y' = 1 - \frac{32}{x^5} = \frac{32 - x^5}{x^5}$ <p>Решение: Критическая точка одна $x_1 = 2$ ($f'(x)=0$). Эта точка принадлежит отрезку $[1;3]$. (Точка $x=0$ не является критической, так как $0 \notin [1;3]$).</p> <p>Вычисляем значения функции на концах отрезка и в критической точке. $f(1)=9$, $f(2)=\frac{5}{2}$, $f(3)=3\frac{8}{81}$</p> <p>Ответ: $f_{\min}=\frac{5}{2}$ при $x=2$; $f_{\max}=9$ при $x=1$</p> |
| 24 | <p>Решение: $\int (3x+15)^{17} dx = \frac{1}{3} \int (3x+15)^{18} d(3x+15)$</p> |
| 25 | $\int \frac{dx}{2-3x^2} = \frac{1}{\sqrt{6}} \int \frac{d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}x\right)}{1-\left(\sqrt{\frac{3}{2}}x\right)^2}$ <p>Решение:</p> |

| | |
|----|--|
| | Ответ: |
| 26 | <p>Решение: $\int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a} \int \frac{d(u/a)}{1+(u/a)^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a}$</p> <p>Ответ:</p> |
| 27 | <p>Решение: $\frac{dx}{\sqrt{1+e^{2x}}} = \frac{dx}{e^x \sqrt{e^{-2x}+1}} = \frac{e^{-x} dx}{\sqrt{e^{-2x}+1}} = -\frac{d(e^{-x})}{\sqrt{(e^{-x})^2+1}}$</p> <p>Ответ:</p> |
| 28 | <p>Решение: Применим подстановку $\sqrt{x-5} = t$. Отсюда $x-5=t^2$, $x=t^2+5$, $dx=2tdt$.</p> $\int (t^2+5) \cdot t \cdot 2t \cdot dt = 2 \int (t^4+5t^2) dt = 2 \cdot \frac{t^5}{5} + \frac{10t^3}{3} + C$ <p>Ответ:</p> |
| 29 | <p>Решение:</p> $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -9 & 7 \\ -3 & 7 & 4 \\ -1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ $3A^2 = \begin{pmatrix} 18 & -27 & 21 \\ -9 & 21 & 12 \\ -3 & 12 & 24 \end{pmatrix}$ $3A^2 - 2A = \begin{pmatrix} 16 & -23 & 15 \\ -13 & 29 & 10 \\ -9 & 22 & 20 \end{pmatrix}$ <p>Ответ:</p> |
| 30 | <p>Решение: $a \cdot b = 4 \cdot 5 + (-3) \cdot (-2) + 1 \cdot (-3) = 23$.</p> <p>Ответ:</p> |
| 31 | Решение: |

| | |
|----|---|
| | $\int x \operatorname{arctg}(x) dx = 0.5 \int \operatorname{arctg}(x) d(x^2) = 0.5x^2 \operatorname{arctg}(x) - 0.5 \int \frac{x^2}{1+x^2} dx =$ $= 0.5x^2 \operatorname{arctg}(x) - 0.5 \int \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) dx = 0.5x^2 \operatorname{arctg}(x) - 0.5x + 0.5 \operatorname{arctg}(x) + C$ <p>Ответ:</p> |
| 32 | <p>Решение: $\int \frac{4x+3}{4x-1} dx = \int 1 + \frac{4}{4x-1} dx = x + \ln(4x-1) + C$</p> <p>Ответ:</p> |
| 33 | <p>Решение: $\int \frac{x dx}{\sin^2(x)} = -\int x d(\operatorname{ctg}x) = -x \operatorname{ctg}(x) + \int \operatorname{ctg}x dx = -x \operatorname{ctg}(x) + \int \frac{\cos x}{\sin x} dx =$</p> $= -x \operatorname{ctg}(x) + \int \frac{d \sin x}{\sin x} = -x \operatorname{ctg}(x) + \ln \sin x + C$ <p>Ответ:</p> |
| 34 | <p>Представим исходный интеграл, как сумму интегралов:</p> $\int (x^4 - 5 \cdot x^2 + 3) dx = \int x^4 dx + \int -5 \cdot x^2 dx + \int 3 dx$ $\int x^4 dx$ <p>Это табличный интеграл:</p> $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C$ $\int (-5 \cdot x^2) dx$ <p>Это табличный интеграл:</p> $\int -5 \cdot x^2 dx = -5 \cdot \frac{x^3}{3} + C$ $\int 3 dx$ <p>Это табличный интеграл:</p> $\int 3 dx = 3 \cdot x + C$ $\int (x^4 - 5 \cdot x^2 + 3) dx = \frac{x^5}{5} - 5 \cdot \frac{x^3}{3} + 3 \cdot x + C$ <p>Решение:</p> <p>Ответ:</p> |
| 35 | <p>Решение: $\int_0^{\pi/2} x \cos(x) dx = \int_0^{\pi/2} x d \sin x = x \sin x \Big _0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} \sin x dx = \pi/2 + \cos x \Big _0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - 1;$</p> <p>Ответ:</p> |

| | |
|----|---|
| 36 | <p>Представим исходный интеграл, как сумму табличных интегралов:</p> $\int (3^x + \cos(5 \cdot x)) dx = \int 3^x dx + \int \cos(5 \cdot x) dx$ $\int 3^x dx$ <p>Это табличный интеграл:</p> $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln(3)} + C$ $\int \cos(5 \cdot x) dx$ <p>Это табличный интеграл:</p> $\int \cos(5 \cdot x) dx = \frac{\sin(5 \cdot x)}{5} + C$ $\int (3^x + \cos(5 \cdot x)) dx = \frac{3^x}{\ln(3)} + \frac{\sin(5 \cdot x)}{5} + C$ |
| 37 | $\int x^3 \cdot \sqrt{2x^4 - 1} dx = \left. \begin{array}{l} u = x^4 \\ du = 4x^3 dx \\ \frac{du}{4} = x^3 dx \end{array} \right\} = \frac{1}{4} \int \sqrt{2u - 1} du = \frac{1}{12} \cdot (2u - 1) \sqrt{2u - 1} + C =$ $= \frac{1}{12} \cdot (2x^4 - 1) \sqrt{2x^4 - 1} + C$ |
| 38 | <p>Решение:</p> <p>Применим метод замены переменных.</p> $\int \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^2 x} = \left[\begin{array}{l} 1 + \sin^2 x = t \\ (\sin^2 x)' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x \\ \sin 2x dx = dt \end{array} \right] = \int \frac{dt}{t} = \ln t + c = \ln 1 + \sin^2 x + c$ <p>Ответ: $\int \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^2 x} = \ln 1 + \sin^2 x + c$</p> |
| 39 | <p>Решение:</p> $\int \frac{e^{5 \cdot \operatorname{tg} x - 2}}{\cos^2 x} dx = \left\{ \text{замена } t = 5 \cdot \operatorname{tg} x - 2, \text{ тогда } dt = (5 \cdot \operatorname{tg} x - 2)' dx = \frac{5 dx}{\cos^2 x}, \Rightarrow \frac{dx}{\cos^2 x} = \frac{dt}{5} \right\} = \int e^t \cdot \frac{dt}{5} =$ $= \frac{1}{5} \cdot \int e^t dt = \frac{1}{5} \cdot e^t + C = \frac{1}{5} \cdot e^{5 \cdot \operatorname{tg} x - 2} + C;$ <p>Ответ:</p> |

| | |
|----|--|
| 40 | <p>Решение: $\int \frac{\cos x dx}{4 + \sin^2 x} = \left\{ \begin{array}{l} u = \sin x \\ du = \cos x \end{array} \right\} = \int \frac{1}{u^2 + 4} du = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + C = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sin x}{a} + C$</p> <p>Ответ:</p> |
| 41 | <p>Решение:</p> $\int \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^5} dx = \left[\begin{array}{l} u = \sin x + \cos x \\ du = (\cos x - \sin x) dx \end{array} \right] = - \int \frac{1}{u^5} du = \frac{1}{4u^4} + C =$ $= \frac{1}{4(\sin x + \cos x)^4} + C$ <p>Ответ:</p> |
| 42 | <p>Решение:</p> $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(x+2)^2 - 4}} = \left\{ \begin{array}{l} u = x + 2 \\ du = dx \end{array} \right\} = \int \frac{du}{\sqrt{u^2 - 4}} = \ln u + \sqrt{u^2 - 4} + C =$ $= \ln \left (x + 2) + \sqrt{(x + 2)^2 - 4} \right + C$ <p>Ответ:</p> |
| 43 | <p>Решение:</p> $\int (2x - 5) \cos 4x dx = \int (2x \cos 4x - 5 \cos 4x) dx = \int 2x \cos 4x dx - \int 5 \cos 4x dx =$ $= \int 2x \cos 4x dx - 5 \int \cos 4x dx = \int 2x \cos 4x dx - 5 \cdot \frac{1}{4} \sin 4x + C =$ $= 2 \int x \cos 4x dx - \frac{5}{4} \sin 4x + C = 2 \left(\frac{\cos 4x}{16} + \frac{x \sin 4x}{4} \right) - \frac{5}{4} \sin 4x + C = \frac{\cos 4x}{8} + \frac{x \sin 4x}{2} -$ $- \frac{5}{4} \sin 4x + C$ <p>Ответ:</p> |
| 44 | <p>Решение:</p> $\int \ln(1 + x^2) dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln(1 + x^2) \\ dv = dx; v = x \\ du = \frac{2x}{x^2 + 1} dx \end{array} \right\} = x \ln(1 + x^2) - \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx =$ $x \ln(1 + x^2) - 2x + 2 \operatorname{arctg} x + C$ <p>Ответ:</p> |
| 45 | <p>Решение:</p> |

| | |
|----|---|
| | $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-3)(x-2)} dx = \int \left(\frac{12}{x-3} - \frac{8}{x-2} + \frac{2}{x-4} + 1 \right) dx = \int \frac{12}{x-3} dx - \int \frac{8}{x-2} dx +$ $+ \int \frac{2}{x-4} dx + \int 1 dx = 12 \int \frac{1}{x-3} dx - 8 \int \frac{1}{x-2} dx + 2 \int \frac{1}{x-4} dx + \int 1 dx = 12 \ln(x-3) -$ $- 8 \ln(x-2) + 2 \ln(x-4) + x + C$ <p>Ответ:</p> |
| 46 | <p>Решение:</p> $\int (2-8x) \cdot \cos 4x dx = \{ \text{по частям, обозначим } u = 2-8x \text{ и } dv = \cos 4x dx, \text{ тогда } du = (2-8x)' dx =$ $= -8 dx, v = \frac{1}{4} \cdot \sin 4x \} = \frac{1}{4} \cdot (2-8x) \cdot \sin 4x - \frac{1}{4} \cdot (-8) \cdot \int \sin 4x dx = \frac{1}{4} \cdot (1-4x) \cdot \sin 4x + 2 \cdot \left(-\frac{1}{4} \right) \cdot \cos 4x + C =$ $= \frac{1}{4} \cdot (1-4x) \cdot \sin 4x - \frac{1}{2} \cdot \cos 4x + C ;$ <p>Ответ:</p> |
| 47 | <p>Решение:</p> $\int \ln(3-7x) dx = \{ \text{по частям, обозначим } u = \ln(3-7x) \text{ и } dv = dx, \text{ тогда } du = [\ln(3-7x)]' dx =$ $= -\frac{7 dx}{3-7x} = \frac{7 dx}{7x-3} \text{ и } v = x \} = x \cdot \ln(3-7x) - \int \frac{7x dx}{7x-3} = x \cdot \ln(3-7x) - \int \left(1 + \frac{3}{7x-3} \right) dx = x \cdot \ln(3-7x) -$ $- \int dx - 3 \cdot \int \frac{dx}{7x-3} = x \cdot \ln(3-7x) - x - \frac{3}{7} \cdot \int \frac{d(7x-3)}{7x-3} = x \cdot \ln(3-7x) - x - \frac{3}{7} \cdot \ln 7x-3 + C ;$ <p>Ответ:</p> |
| 48 | <p>Решение:</p> $\int \frac{x dx}{\cos^2 x} = \left\{ \begin{array}{l} u = x; dv = \frac{1}{\cos^2 x} \\ du = dx; v = \frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x \end{array} \right\} = x \operatorname{tg} x - \int \operatorname{tg} x dx = x \operatorname{tg} x -$ $- (-\ln(\cos x)) + C = x \operatorname{tg} x + \ln(\cos x) + C$ <p>Ответ:</p> |

| | |
|----|--|
| 49 | <p>Решение: $\int (x-1)e^{-5x} dx = \left[\begin{array}{l} u = (x-1), u' = 1 \\ v' = e^{-5x}, v = -\frac{1}{5}e^{-5x} \end{array} \right] =$</p> $= -\frac{1}{5}(x-1)e^{-5x} + \frac{1}{5} \int e^{-5x} dx = -\frac{1}{5}(x-1)e^{-5x} - \frac{1}{25}e^{-5x} + C, C - const$ <p>Ответ:</p> |
| 50 | <p>Решение:</p> $\int x\sqrt{2+x^2} dx = \left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{2+x^2} \\ 2+x^2 = t^2 \\ 2x dx = 2t dt \end{array} \right\} = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{\sqrt{(x^2+2)^3}}{3} + C$ <p>Ответ:</p> |
| 51 | <p>Решение: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -6 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = (-36 - 6 + 4) - (-3 - 48 + 6) = -38 + 45 = 7$</p> <p>Ответ:</p> |
| 52 | $\begin{vmatrix} -2 & -6 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 \cdot 2 \cdot (-1) + 0 \cdot 2 \cdot (-2) - 6 \cdot (-2) \cdot (-1) - 2 \cdot 2 \cdot (-1) +$ $+ 2 \cdot (-2) \cdot (-2) - 0 \cdot (-6) \cdot (-1) = 4.$ <p>Ответ: 4.</p> |
| 53 | <p>Вычисляем определитель по правилу треугольника:</p> $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -6 & -5 \end{vmatrix} = -60 - 30 + 4 - 4 + 36 + 50 = -4.$ <p>Решение: Ответ: - 4.</p> |
| 54 | $ \vec{a} = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7.$ <p>Решение: Ответ: 7.</p> |
| 55 | $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix};$ $ \vec{c} = \sqrt{1^2 + 6^2 + (-4)^2} = \sqrt{53}.$ <p>Решение: Ответ: $\sqrt{53}$.</p> |

| | |
|----|---|
| 56 | $2\vec{AC} = 2(3; -1; -2) = (6; -2; -4)$ $\vec{DE} = (-9; 7; 2)$ $\vec{m} = 2\vec{AC} - \vec{DE} = (6; -2; -4) - (-9; 7; 2) = (15; -11; -2)$ $\vec{DF} = (-2; 2; 2)$ $3\vec{BE} = 3(-6; 5; 1) = (-18; 15; 3)$ $\vec{n} = \vec{DF} + 3\vec{BE}$ $\vec{m} \cdot \vec{n} = (-9) \cdot (-18) + 7 \cdot 15 + 2 \cdot 3 = 273$ <p>Решение: Ответ:</p> |
| 57 | <p>Находим сначала скалярное произведение: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = -1$. Тогда искомое скалярное произведение: $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (11\vec{a} - \vec{b}) = 11\vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} + 22\vec{b} \cdot \vec{a} - 2\vec{b} \cdot \vec{b} = 11a^2 + 21\vec{a} \cdot \vec{b} - 2b^2 =$ $= 11(2^2 + 1^2) + 21 \cdot (-1) - 2((-1)^2 + 1^2) = 55 - 21 - 4 = 30$.</p> <p>Решение: Ответ: 30.</p> |
| 58 | $\vec{BD} = (3; -2; -1)$ $\vec{AF} = (2; 1; -1)$ $\cos(\vec{BD} \wedge \vec{AF}) = \frac{\vec{BD} \cdot \vec{AF}}{ \vec{BD} \cdot \vec{AF} } = \frac{3 \cdot 2 + (-2) \cdot 1 + (-1) \cdot (-1)}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{72}}$ $\phi = \arccos\left(\frac{5}{\sqrt{72}}\right) \approx 54^\circ$ |
| 59 | Решение: |

$$A+B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \\ 7 & -7 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot (A+B) = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \\ 7 & -7 & 7 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 2 + (-1) \cdot 4 + 0 \cdot 7 & 3 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-3) + 0 \cdot (-7) & 3 \cdot 2 + (-1) \cdot 6 + 0 \cdot 7 \\ 3 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 1 \cdot 7 & 3 \cdot (-1) + 5 \cdot (-3) + 1 \cdot (-7) & 3 \cdot 2 + 5 \cdot 6 + 1 \cdot 7 \\ 4 \cdot 5 + (-7) \cdot 4 + 5 \cdot 7 & 4 \cdot (-1) + (-7) \cdot (-3) + 5 \cdot (-7) & 4 \cdot 2 + (-7) \cdot 6 + 5 \cdot 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 42 & -18 & 24 \\ 27 & -18 & -5 \end{pmatrix}$$

Ответ:

60

$$AB = \begin{pmatrix} 7 & 6 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -4 & 6 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -29 & 50 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & -10 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det(AB) = \begin{vmatrix} 6 & -29 & 50 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & -10 & 2 \end{vmatrix} = -1316$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 7 & 6 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -94$$

$$\det B = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -4 & 6 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 14$$

$$\det(AB) = -94 * 14 = -1316$$

Решение: **равенство верное**

61

$$AB = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 0 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 & 7 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot 1 \\ 4 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 1 & 4 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 + 0 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2C = 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = AB - 2C = \begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$$

Решение:

62

$$\begin{pmatrix} 1 & -6 & 5 \\ 6 & 8 & 2 \\ 5 & 2 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -8 & 1 \\ 2 & 6 & -2 \\ -3 & -4 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4-12-15 & -8-36-20 & 1+12-10 \\ 24+16-6 & -48+48-8 & 6-16-4 \\ 20+4-24 & -40+12-32 & 5-4-16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -23 & -64 & 3 \\ 34 & -8 & -14 \\ 0 & -60 & -15 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $\begin{pmatrix} -23 & -64 & 3 \\ 34 & -8 & -14 \\ 0 & -60 & -15 \end{pmatrix}$.

Решение:

63

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) \cdot (-1) - 2 \cdot 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 \cdot (-1) =$$

$$= 6$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 7 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 7 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 7 \cdot (-1) \cdot (-1) - 2 \cdot 2 \cdot 7 - 1 \cdot 2 \cdot (-1) -$$

$$- 7 \cdot 1 \cdot (-1) = 6$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 \cdot 7 - 3 \cdot 7 \cdot (-1) = 12$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 \cdot 7 + 7 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 \cdot 7 - 7 \cdot 1 \cdot (-1) -$$

$$- 1 \cdot 2 \cdot 3 = 18$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{6}{6} = 1, \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{12}{6} = 2, \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{18}{6} = 3.$$

Решение:

64

Производим вычисления:

$$A^T = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}; \quad 3A^T = \begin{pmatrix} 0 & 21 \\ 27 & -6 \end{pmatrix};$$

$$2B = 2 \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 18 & 6 \end{pmatrix};$$

$$3A^T \cdot 2B = \begin{pmatrix} 0 & 21 \\ 27 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 18 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot (-4) + 21 \cdot 18 & 0 \cdot 0 + 21 \cdot 6 \\ 27 \cdot (-4) - 6 \cdot 18 & 27 \cdot 0 - 6 \cdot 6 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 378 & 126 \\ -216 & -36 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 378 & 126 \\ -216 & -36 \end{pmatrix}.$$

Решение:

65

$$1. \quad 2 \cdot A = 2 \times \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & -2 \\ 6 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad 2 \cdot A - B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & -2 \\ 6 & 2 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 5 & 5 & -4 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad B - A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad C = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 5 & 5 & -4 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -7 & -5 \\ 8 & -9 & 25 \\ 17 & 4 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ: } C = \begin{pmatrix} -13 & -7 & -5 \\ 8 & -9 & 25 \\ 17 & 4 & 10 \end{pmatrix}$$

66

Получаем матрицу AxB

$$\begin{pmatrix} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 & 3 \cdot (-5) + 2 \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 & 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 0 \\ 2 \cdot 4 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot (-5) + 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 & 2 \cdot 4 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 0 \\ 5 \cdot 4 + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 5 \cdot (-5) + (-2) \cdot (-2) + 1 \cdot 3 & 5 \cdot 4 + (-2) \cdot 3 + 1 \cdot 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 13 & -22 & 18 \\ 12 & -3 & 11 \\ 19 & -18 & 14 \end{pmatrix}$$

$$2A^T - AB = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 10 \\ 4 & 2 & -4 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 13 & -22 & 18 \\ 12 & -3 & 11 \\ 19 & -18 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 26 & -8 \\ -8 & 5 & -16 \\ -17 & 24 & -12 \end{pmatrix}$$

Решение:

67

Составим и вычислим главный определитель системы и определители для переменных:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 4 - 5 + 1 + 10 - 2 = 1 \neq 0;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -7 & 5 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -7 + 0 - 10 + 2 - 0 + 14 = -1;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -7 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0 + 4 + 7 - 0 - 14 + 2 = -1;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} = -2 + 28 + 0 - 7 - 20 - 0 = -1.$$

По формулам Крамера:

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-1}{1} = -1; \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-1}{1} = -1; \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-1}{1} = -1.$$

Решение: Ответ: $x = -1$; $y = -1$; $z = -1$.

Решение по формулам Крамера

$$x_1 = \Delta_1 / \Delta, x_2 = \Delta_2 / \Delta, x_3 = \Delta_3 / \Delta$$

Определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 6 - 6 + 3 + 6 + 18 + 1 = 28$$

При замене по очереди столбцов свободными коэффициентами получим

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & -3 \\ 6 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 30 - 12 - 18 - 36 + 90 + 2 = 56$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 10 & -2 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & 6 & -1 \end{vmatrix} = -4 - 12 + 30 - 4 + 36 + 10 = 56$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 10 \\ 1 & -3 & 2 \\ -1 & 3 & 6 \end{vmatrix} = -36 + 30 - 2 - 30 - 12 - 6 = -56$$

Решение будет

Решение: $x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = -2$

69

Решить систему по формулам Крамера или матричным методом не получится, так как

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 6 & -2 \\ 3 & 7 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

Решим систему методом Гаусса;

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 7 \\ 2 & 6 & -2 & -1 \\ 3 & 7 & -3 & 6 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 4 & 0 & -15 \\ 3 & 7 & -3 & 6 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 4 & 0 & -15 \\ 0 & 4 & 0 & -15 \end{array} \right) =$$

$$> \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & -3,75 \\ 0 & 1 & 0 & -3,75 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & -3,75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) =$$

$$> \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 10,75 \\ 0 & 1 & 0 & -3,75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$x - z = 10,75$$

$$y = -3,75$$

Решение:

Система имеет множество решений

70

Решаем систему методом Гаусса. Преобразуем расширенную матрицу системы, осуществляя элементарные преобразования над её строками:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 5 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 10 \\ 0 & 3 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -7 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{array} \right).$$

Из последней матрицы выписываем решение системы:
$$\begin{cases} x = -2; \\ y = -2; \\ z = 7. \end{cases}$$

Ответ: (-2; -2; 7).

71

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 2(-6-2) - (3-2) - 3(1+2) = -16-1-9 = -26 \neq$$

0 \Rightarrow система имеет единственное решение

$$\begin{aligned} \Delta X_1 &= \begin{vmatrix} -5 & 1 & -3 \\ 17 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -5(-6-2) - (51-8) - 3(17+8) = \\ &= 40 - 43 - 75 = -78 \\ x_1 &= \frac{\Delta X_1}{\Delta} = \frac{-78}{-26} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta X_2 &= \begin{vmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 1 & 17 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 2(51-8) + 5(3-2) - 3(4-17) = \\ &= 86 + 5 + 39 = 130 \\ x_2 &= \frac{\Delta X_2}{\Delta} = \frac{130}{-26} = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta X_3 &= \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -2 & 17 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 2(-8-17) - (4-17) - 5(1+2) = \\ &= -50 + 13 - 15 = -52 \\ x_3 &= \frac{\Delta X_3}{\Delta} = \frac{-52}{-26} = 2 \end{aligned}$$

Ответ: $x_1 = 3, x_2 = -5, x_3 = 2$

72

Решение: Находим скалярное произведение данных векторов:

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = (-1, -1, 4) \cdot (5, 2, 1) = (-1) \cdot 5 + (-1) \cdot 2 + 4 \cdot 1 = -5 - 2 + 4 = -3$$

векторное произведение данных векторов:

$$\bar{a} \times \bar{b} = (-1, -1, 4) \times (5, 2, 1) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = i \cdot (-9) - j \cdot (-21) + k \cdot 3 = (-9, 21, 3)$$

длину вектора

$$|\bar{b}| = |(5, 2, 1)| = \sqrt{5^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{30}$$

Ответ: $\bar{a} \cdot \bar{b} = -3, \bar{a} \times \bar{b} = (-9, 21, 3), |\bar{b}| = \sqrt{30}$.

| | |
|----|---|
| 73 | $a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -10i - 4j - 2k$ $\cos \varphi = \frac{(a,b)}{ a b } = \frac{-1+8+3}{\sqrt{1+4+9}\sqrt{1+16+1}} = 0.63$ <p>Решение:</p> |
| 74 | $\overrightarrow{AB} = \{6 - 2; 5 - 1\} = \{4; 4\}$ $ \overrightarrow{AB} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ <p>Решение: Ответ: $\overrightarrow{AB} = \{4; 4\}$; $\overrightarrow{AB} = 4\sqrt{2}$</p> |
| 75 | <p>Применим метод замены переменных.</p> $\int \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^2 x} = \left[\begin{array}{l} 1 + \sin^2 x = t \\ (\sin^2 x)' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x \\ \sin 2x dx = dt \end{array} \right] = \int \frac{dt}{t} = \ln t + c = \ln 1 + \sin^2 x + c$ <p>Решение: Ответ: $\int \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^2 x} = \ln 1 + \sin^2 x + c$</p> |

