

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «БЕЛГОРОДСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.Г.ШУХОВА» В Г.НОВОРОССИЙСКЕ
(НФ БГТУ им. В.Г.Шухова)

Кафедра: Технические дисциплин



**Методические указания к расчётно-графическому
заданию
по дисциплине
Соппротивление материалов**

направление подготовки:

23.03.02 Наземные транспортно-технологические комплексы

Новороссийск -2020

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

Занятия по этим курсам обязательно должны сопровождаться решением задач, так как только при самостоятельном выполнении расчётов можно выработать необходимые навыки анализа расчетных схем элементов машин, зданий и сооружений. Учебными планами для студентов заочной формы обучения предусмотрено выполнение одного расчётно-графического задания (РГЗ), выполнение которого требует освоения основных разделов изучаемого курса.

В задачах, предлагаемых студентам для самостоятельного решения и входящих в данное пособие, рассматриваются типовые расчёты элементов инженерных сооружений, машин и механизмов.

1. Каждый студент выполняет РГЗ, предусмотренные учебным графиком. Количество работ, перечень задач, входящих в РГЗ, сообщаются студентам на первом установочном занятии.

2. РГЗ выполняются в обычных тетрадях, имеющих поле 4 см для замечаний преподавателя. На обложке тетради следует четко написать название РГЗ, номер варианта задания, название дисциплины, фамилию, имя и отчество студента, шифр учебной группы.

3. Исходные данные для выполнения РГЗ должны быть выбраны из таблиц в соответствии с двумя последними цифрами зачётной книжки студента.

Если номер зачётной книжки студента, например, 23, то выбираем рисунок 2, номер условия 3.

4. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью её условие, числовые данные, составить в масштабе аккуратный чертеж и указать на нём все величины, необходимые для расчёта.

5. Решение задач должно сопровождаться краткими объяснениями и чертежами, на которых все входящие в расчёт величины следует указать в числах, соответствующих выданному варианту. При использовании в расчётах формул следует подставить в них числовые значения и, не приводя промежуточных вычислений, записать ответ с указанием размерностей определяемых величин.

6. Если неправильно выполненное РГЗ возвращено студенту для исправления, то эти исправления следует выполнить на отдельных листах, вклеить их в незачтённое РГЗ (вместе со старыми листами, а не вместо них) и сдать повторно на проверку. Отдельно от РГЗ исправления не рассматриваются.

7. При сдаче экзамена или зачёта студент должен представить все выполненные и зачтённые задачи из РГЗ.

Содержание

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РГЗ.....	2
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	4
РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ	
ЗАДАЧА № 1 РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ	5
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 1.....	
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ № 1.....	
ЗАДАЧА № 2 КРУЧЕНИЕ	12
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 3.....	
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ № 3.....	
ЗАДАЧА № 3 ИЗГИБ И КРУЧЕНИЕ	19
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 9.....	
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ № 9.....	
ЗАДАЧА № 4 ЦИКЛИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ	26
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 10.....	
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ № 10.....	
ЗАДАЧА № 5 УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТОГО СТЕРЖНЯ	33
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 11.....	
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ № 11.....	
ПРИЛОЖЕНИЕ.	40

Рекомендуемая литература

Основная

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - М.: Наука, 1986. 512 с.
2. Сопротивление материалов/ Под ред. А.Ф. Смирнова М.: Высш. школа, 1975. 480 с.
3. Беляев Н.И. Сопротивление материалов. - М.: Наука, 1976. 608с.

Дополнительная

1. Сборник задач по сопротивлению материалов/ Под ред. В.К. Качурина.- М.: Наука, 1984. 432 с.
2. Миролубов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. - М.: Высш. школа, 1985. 399 с.
3. Рудицын М.Н. и др. Справочное пособие по сопротивлению материалов. - Минск: Высш. школа, 1970. 410 с.

РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

ЗАДАЧА № 1

Ступенчатый брус нагружен силами P_1, P_2 и P_3 , направленными вдоль его оси. Заданы длины участков a, b, c и площади их поперечных сечений F_1 и F_2 . Модуль упругости материала $E=2 \cdot 10^5$ МПа, предел текучести $\sigma_T=240$ МПа и запас прочности по отношению к пределу текучести $n_T=1,5$.

Требуется:

1) построить эпюры продольных сил N , напряжений σ и продольных перемещений Δ ;

2) проверить, выполняется ли условие прочности.

Расчетные схемы выбираются по рис.1, числовые данные берутся из табл.1.

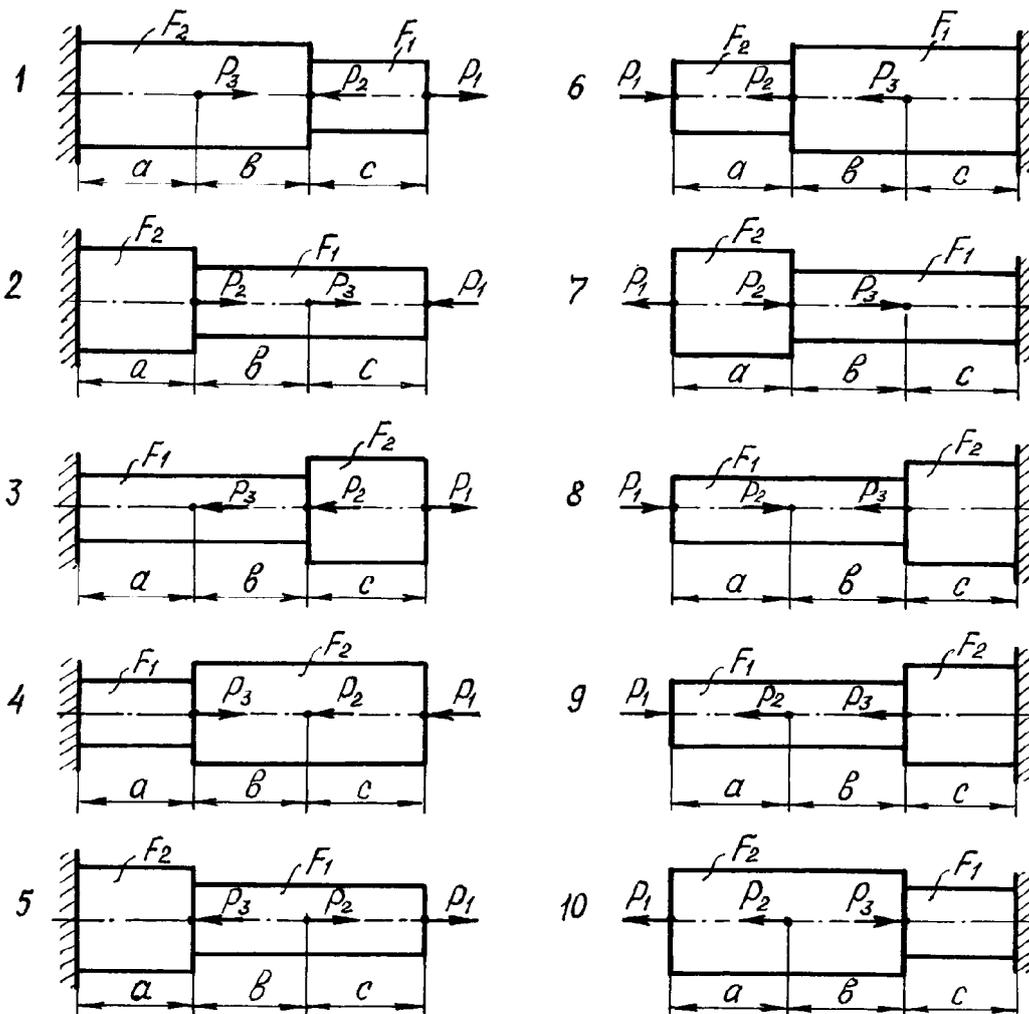


Рис. 1. Расчетные схемы к задаче № 1

Таблица 1

Числовые данные к задаче № 1

Номер строки	Номер схемы по рис.1.	Сила, кН			Длина участков, м			Площадь поперечного сечения, см ²	
		P_1	P_2	P_3	a	b	c	F_1	F_2
1	1	40	90	100	0,3	0,5	0,6	5	10
2	2	45	80	120	0,3	0,5	0,5	4	12
3	3	50	85	110	0,4	0,6	0,4	6	14
4	4	35	70	115	0,4	0,6	0,6	4	10
5	5	40	75	100	0,5	0,4	0,3	5	15
6	6	50	80	95	0,5	0,4	0,4	6	18
7	7	60	70	120	0,3	0,2	0,5	4	12
8	8	45	60	115	0,4	0,3	0,6	7	10
9	9	35	65	110	0,2	0,4	0,4	8	14
0	10	30	90	95	0,5	0,5	0,3	6	16

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ №1

Основные теоретические сведения и расчетные формулы

Рассмотрим такой вид нагружения, как растяжение (сжатие), при котором в поперечных сечениях бруса возникают только продольные силы, направленные вдоль его оси, все остальные внутренние усилия равны нулю.

Продольная, или нормальная сила, N считается положительной при растяжении и отрицательной при сжатии. Ее величина может быть найдена с помощью метода сечений: она численно равна алгебраической сумме проекций на ось бруса всех внешних сил, приложенных к брусу по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Действующая в поперечном сечении продольная сила N равномерно распределяется по всему сечению и, как следствие этого, нормальные напряжения σ также равномерно распределяются по всему сечению.

Их величина определяется по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F}, \quad (1.1)$$

где N - продольная сила в поперечном сечении;

F - его площадь.

(В некоторых учебниках и учебных пособиях площадь обозначается латинской буквой A).

В системе СИ сила выражается в ньютонах, площадь поперечного сечения - в квадратных метрах (м²), нормальное напряжение - в паскалях (Па).

Сила может быть выражена в килограммах, а напряжение в килограммах, деленных на сантиметр в квадрате.

Абсолютное удлинение бруса при растяжении определяется по формуле

$$\Delta l = l_k - l, \quad (1.2)$$

где l - начальная длина бруса;

l_k - длина бруса после деформации.

Относительное удлинение бруса (относительная продольная деформация)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (1.3)$$

При растяжении $\Delta l > 0$ и $\varepsilon > 0$, при сжатии эти величины отрицательны.

Абсолютное поперечное сужение

$$\Delta b = b_k - b, \quad (1.4)$$

где b - первоначальный поперечный размер бруса;

b_k - величина поперечного размера бруса после нагружения.

Относительное поперечное сужение (относительная поперечная деформация)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}. \quad (1.5)$$

Абсолютная величина отношения ε'/ε , обозначаемая μ , называется коэффициентом Пуассона. Она является постоянной для каждого материала и характеризует его упругие свойства:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \quad (1.6)$$

Между нормальным напряжением и относительным удлинением существует прямая пропорциональная зависимость, называемая законом Гука

$$\sigma = \varepsilon E, \quad (1.7)$$

где E - коэффициент пропорциональности (модуль упругости первого рода, или модуль Юнга).

Модуль упругости - это физическая характеристика материала, измеряемая в тех же единицах, что и нормальное напряжение.

Учитывая, что $\sigma = \frac{N}{F}$ и $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, можно записать выражение для вычисления абсолютного удлинения бруса в виде

$$\Delta l = \frac{N l}{E F} \quad (1.8)$$

Для ступенчатого стержня и (или) стержня с несколькими продольными нагрузками удлинение подсчитывается как алгебраическая сумма удлинений участков бруса, в пределах которых N , E , F постоянны:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot F_i} \quad (1.9)$$

Если же величины N и F изменяются по длине бруса, его абсолютное удлинение вычисляется по формуле

$$\Delta l = \int_l \frac{N(z) dz}{E F(z)} \quad (1.10)$$

Используя соотношение $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$, называемое условием прочности, можно решить три основных задачи сопротивления материалов.

1. Подобрать сечение растянутого (сжатого) бруса, при котором его прочность будет обеспечена. Расчетная формула в этом случае имеет вид

$$\frac{N}{F} \leq [\sigma] \quad (1.11)$$

где N - продольная сила в опасном сечении бруса (сечении, в котором действует максимальное нормальное напряжение);

F - площадь поперечного сечения бруса;

$[\sigma]$ - допускаемое напряжение материала бруса.

Отсюда определяется необходимая площадь его сечения

$$F \geq \frac{N}{[\sigma]} \quad (1.12)$$

Зная форму сечения и его площадь, можно определить линейные размеры сечения или по сортаменту подобрать требуемый стандартный профиль: уголок, швеллер, двутавр и т. д.

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ либо задается заранее, либо находится по формуле

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{грани}}}{n} \quad (1.13)$$

где $\sigma_{\text{опасн}} = \sigma_T$ - предел текучести для пластичных материалов; $\sigma_{\text{опасн}} =$

σ_v - временное сопротивление для хрупких материалов;
 n - запас прочности материала .

2. Определить допускаемую нагрузку, если известны прочностные свойства материала и площадь поперечного сечения бруса.

Расчетная формула, вытекающая из условия прочности

$$N \leq F [\sigma] , \quad (1.14)$$

позволяет вычислить наибольшее значение продольной силы N , действующей в опасном сечении и, следовательно, величину внешних нагрузок, приложенных к брусу.

3. Проведение поверочного расчета прочности бруса.

При поверочном расчете нагрузки, размеры и материал, из которого изготовлен брус, считаются известными. Вычисляется наибольшее нормальное напряжение в опасном поперечном сечении и сравнивается с допускаемым:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{F} \leq [\sigma] \quad (1.15)$$

Если $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$, то прочность бруса обеспечена.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ №1

Ступенчатый брус нагружен силами P_1, P_2, P_3 , (рис.2,а).

Требуется построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ , продольных перемещений Δ и проверить, выполняется ли условие прочности.

Числовые данные к задаче выбираются по табл. 1.

Например: $P_1=40$ кН, $P_2=90$ кН, $P_3=110$ кН, $a=0,5$ м, $b=0,5$ м, $c=0,4$ м; $F_1=6$ см², $F_2=14$ см² .

Для всех вариантов принимается: $E=2 \cdot 10^5$ МПа ; $\sigma_T=240$ МПа
 $n_0=1,5$.

1. Построение эпюры N .

На брус действуют три силы, следовательно, продольная сила по его длине будет изменяться. Разбиваем брус на участки, в пределах которых продольная сила будет постоянной. В данном случае границами участков являются сечения, в которых приложены силы. Обозначим сечения буквами A, B, C, D , начиная со свободного конца, в данном случае правого.

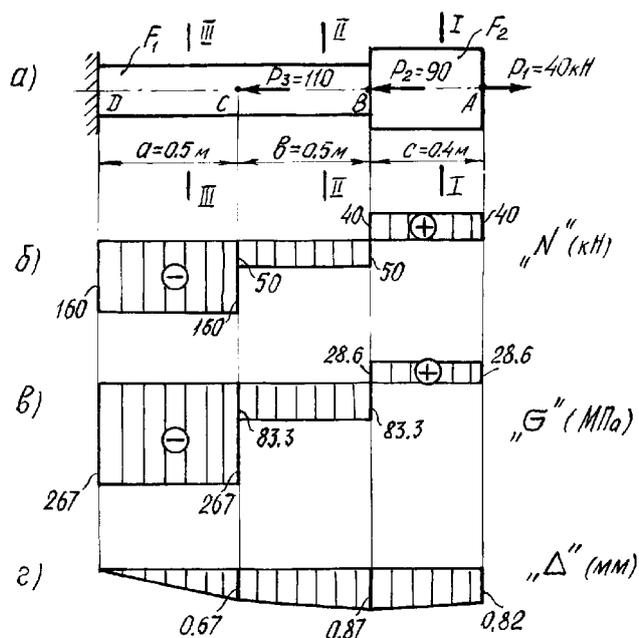


Рис. 2. Расчетная схема бруса и эпюры:

а - расчетная схема; б - эпюра продольных сил; в - эпюра напряжений;

г - эпюра продольных перемещений

знаков, получим

$$N_{BC} = +P_1 - P_2 = 40 - 90 = -50 \text{ кН.}$$

Участок CD, сечение 3-3: аналогично получаем

$$N_{CD} = +P_1 - P_2 - P_3 = 40 - 90 - 110 = -160 \text{ кН.}$$

По найденным значениям N в выбранном масштабе строим эпюру, учитывая, что в пределах каждого участка продольная сила постоянна (рис.2.5)

Положительные значения N откладываем вверх от оси эпюры, отрицательные - вниз.

2. Построение эпюры напряжений σ .

По формуле (1.1) вычисляем напряжения в поперечном сечении для каждого участка бруса:

$$\sigma = \frac{N_{AB}}{F_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3}{14 \cdot 10^{-4}} = 2,86 \cdot 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 28,6 \text{ МПа} ;$$

$$\sigma = \frac{N_{BC}}{F_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -83,3 \text{ МПа} ;$$

$$\sigma = \frac{N_{CD}}{F_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -267 \text{ МПа}$$

При вычислении нормальных напряжений значения продольных сил N берутся по эпюре с учетом их знаков. Знак плюс соответствует растяжению, минус - сжатию. Эпюра напряжений показана на рис. 2, в.

Для определения продольной силы на каждом участке рассматриваем произвольное поперечное сечение, сила в котором определяется по правилу, приведенному ранее. Чтобы не определять предварительно реакцию в заделке D, начинаем расчеты со свободного конца бруса A.

Участок AB, сечение 1-1. Справа от сечения действует растягивающая сила P_1 (рис. 2, а). В соответствии с упомянутым ранее правилом, получаем

$$N_{AB} = +P_1 = 40 \text{ кН.}$$

Участок BC, сечение 2-2. Справа от него расположены две силы, направленные в разные стороны. С учетом правила

3. Построение эпюры продольных перемещений.

Для построения эпюры перемещений вычисляем абсолютные удлинения отдельных участков бруса, используя закон Гука (1.8):

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} \cdot l_{AB}}{E \cdot F_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = 0,57 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E \cdot F_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -2,1 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{N_{CD} \cdot l_{CD}}{E \cdot F_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -6,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Определяем перемещения сечений, начиная с неподвижного закрепленного конца. Сечение D расположено в заделке, оно не может смещаться и его перемещение равно нулю:

$$\Delta_D = 0.$$

Сечение C переместится в результате изменения длины участка CD . Перемещение сечения C определяется по формуле

$$\Delta_C = \Delta l_{CD} = -6,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

При отрицательной (сжимающей) силе точка C сместится влево.

Перемещение сечения B является результатом изменения длин DC и CB . Складывая их удлинения, получаем

$$\Delta_B = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} = -6,7 \cdot 10^{-4} - 2,1 \cdot 10^{-4} = -8,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Рассуждая аналогично, вычисляем перемещение сечения A :

$$\Delta_A = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{AB} = -6,7 \cdot 10^{-4} - 2,1 \cdot 10^{-4} + 0,57 \cdot 10^{-4} = -8,23 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

В выбранном масштабе откладываем от исходной оси значения вычисленных перемещений. Соединив полученные точки прямыми линиями, строим эпюру перемещений (рис. 2, г).

4. Проверка прочности бруса.

Условие прочности записывается в следующем виде:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma].$$

Максимальное напряжение σ_{\max} находим по эпюре напряжений, выбирая максимальное по абсолютной величине:

$$\sigma_{\max} = 267 \text{ МПа}.$$

Это напряжение действует на участке DC , все сечения которого являются опасным.

Допускаемое напряжение вычисляем по формуле (1.13):

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}.$$

Сравнивая σ_{\max} и $[\sigma]$, видим, что условие прочности не выполняется, так

как максимальное напряжение превышает допускаемое.

ЗАДАЧА № 2

К стальному брусу круглого поперечного сечения приложены четыре крутящих момента M_1, M_2, M_3, X , три из которых известны.

Требуется:

- 1) установить, при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения равен нулю;
- 2) при найденном значении X построить эпюру крутящих моментов;
- 3) при заданном значении допускаемого напряжения $[\tau]$ определить диаметр вала из условия его прочности и округлить величину диаметра до ближайшей большей стандартной величины, равной 30, 35, 40, 45, 50, 60, 80, 90, 100 мм;
- 4) проверить, выполняется ли условие жесткости бруса при выбранном диаметре, если допускаемый угол закручивания $[\theta] = 1$ град/м;
- 5) построить эпюру углов закручивания.

Для всех вариантов принять модуль сдвига для стали $G = 8 \cdot 10^5$ МПа

Числовые данные берутся из табл. 2, расчетные схемы - по рис. 3.

Таблица 2

Числовые данные к задаче № 2

Номер строки	Номер расч. схемы по рис. 6	Размер, м			Момент, кН · м			[τ], МПа
		<i>a</i>	<i>B</i>	<i>c</i>	M_1	M_2	M_3	
1	1	0,8	0,4	1,0	2,0	1,6	1,0	35
2	2	0,6	0,5	0,5	1,8	1,7	1,2	40
3	3	0,4	0,7	0,7	1,7	0,9	0,7	50
4	4	0,6	0,4	0,6	1,5	0,8	1,5	45
5	5	0,5	0,8	0,4	1,3	2,0	1,4	60
6	6	0,7	1,0	0,8	1,0	1,7	2,0	40
7	7	1,0	0,7	1,0	1,6	1,5	1,6	35
8	8	0,4	0,6	0,5	1,4	1,6	1,8	70
9	9	0,7	0,4	0,6	1,5	0,8	0,9	80
0	10	0,5	0,5	0,4	0,9	1,0	1,5	60

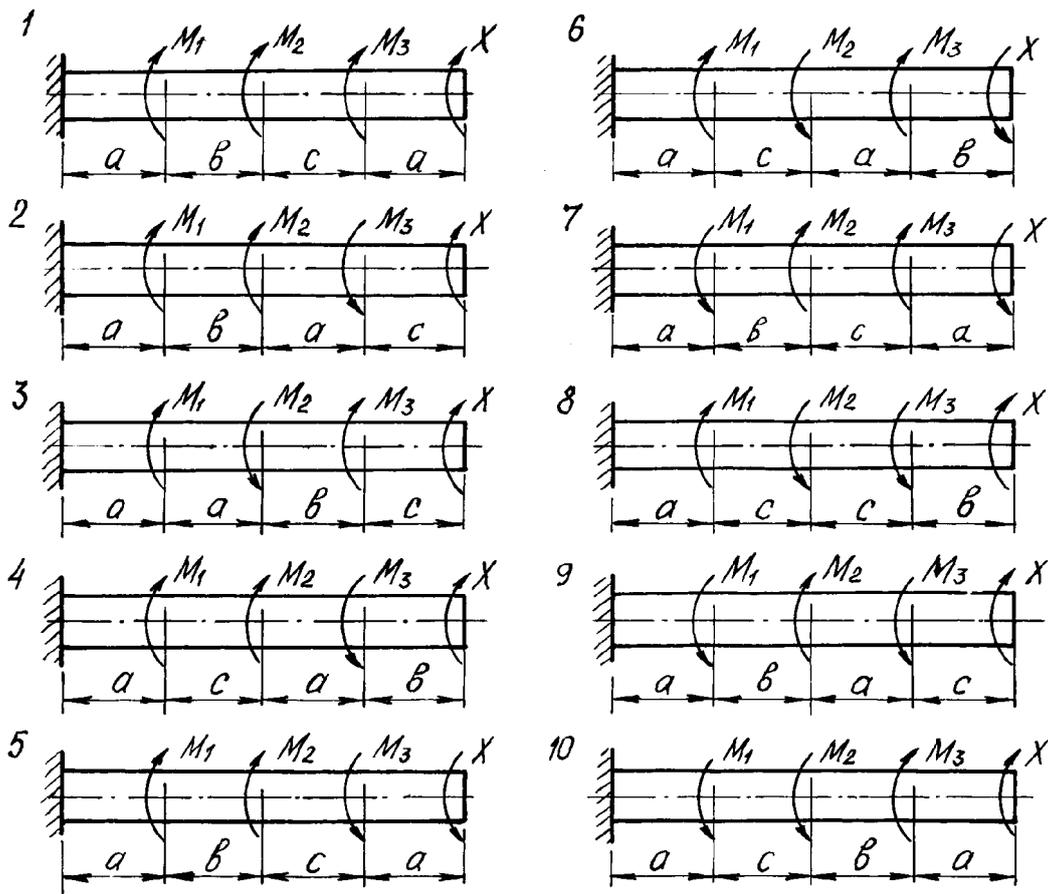


Рис. 3. Расчетные схемы к задаче № 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 2

Основные теоретические сведения и расчетные формулы

Брус, нагруженный парами сил, плоскости действия которых перпендикулярны его оси, испытывает деформацию кручения. Внутренним силовым фактором в поперечном сечении бруса в этом случае является крутящий момент $M_{кр}$, величину которого определяют методом сечений.

На основании этого метода можно сформулировать правило для определения крутящего момента в сечении бруса: крутящий момент в любом сечении бруса численно равен алгебраической сумме крутящих моментов, расположенных по одну сторону от этого сечения; при этом крутящий момент, приложенный к брусу, считается условно положительным, если при взгляде вдоль оси бруса с левого конца мы видим его направленным по ходу часовой стрелки.

Размеры и форма поперечного сечения бруса в расчетах на кручение учитываются двумя геометрическими характеристиками: полярным моментом

инерции J_ρ и полярным моментом сопротивления W_ρ . Для круглого сечения они вычисляются по следующим формулам:

$$J_\rho = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1 d^4; \quad (2.1)$$

$$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2 d^3, \quad (2.2)$$

где d - диаметр сечения.

Крутящий момент $M_{кр}$ вызывает в сечениях касательные напряжения τ_ρ , вычисляемых по формуле

$$\tau_\rho = \frac{M_{кр}}{I_\rho} \rho, \quad (2.3)$$

где $M_{кр}$ - крутящий момент в сечении бруса;

J_ρ - полярный момент инерции сечения;

ρ - расстояние от центра тяжести сечения до точки, в которой определяются напряжения.

Условие прочности записывается в виде

$$\tau^{\max} = \frac{M_{кр}^{\max}}{W_\rho} \leq [\tau], \quad (2.4)$$

где $M_{кр}^{\max}$ - максимальная по модулю величина крутящего момента, определяемого по эпюре $M_{кр}$;

W_ρ - полярный момент сопротивления;

$[\tau]$ - допускаемое касательное напряжение.

Деформация при кручении характеризуется углом закручивания ϕ (рад):

$$\phi = \frac{M_{кр} l}{G J_\rho} \quad (2.5)$$

где l - длина бруса;

G - модуль сдвига (модуль упругости второго рода).

Угол закручивания на единице длины бруса называется относительным углом закручивания и вычисляется по формуле

$$\theta = \frac{M_{кр}}{G J_{\rho}} . \quad (2.6)$$

Условие жесткости накладывает ограничение на величину относительно-го угла закручивания:

$$\theta_{\max} \leq [\theta] ,$$

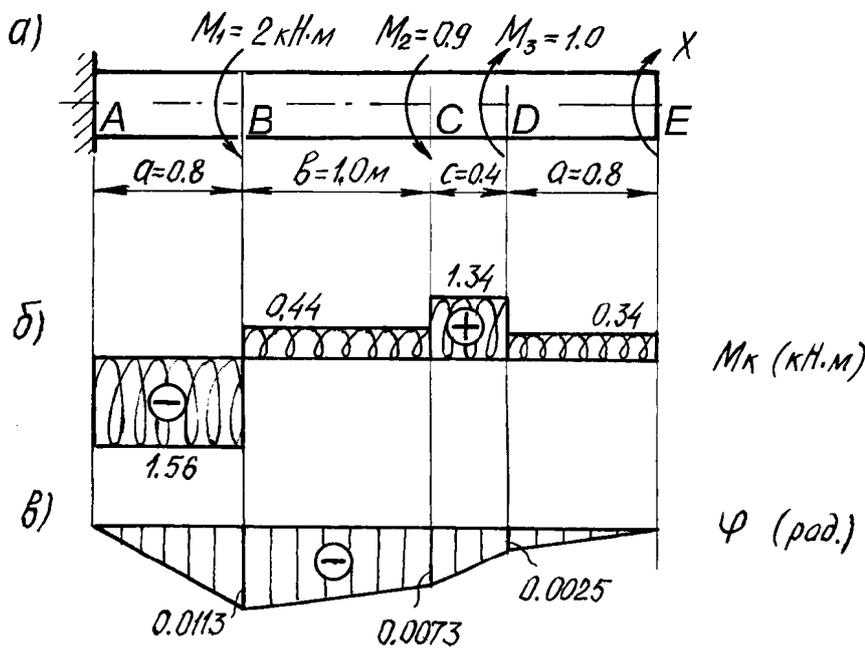
где $[\theta]$ - допускаемый угол закручивания.

Условие жесткости с учётом формулы (2.6) имеет вид

$$\frac{M_{кр}^{\max}}{G J_{\rho}} \leq [\theta] . \quad (2.7)$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ №2

Для заданного бруса круглого сечения (рис. 4, а) определить величину момента X , при котором угол поворота свободного конца бруса равен нулю, построить эпюры крутящих моментов и углов закручивания, подобрать диаметр сечения по условию прочности и произвести проверку бруса на жесткость.



Числовые данные к задаче: $a = 0,8$ м; $b = 1,0$ м; $c = 0,4$ м; $M_1 = 2$ кН·м; $M_2 = 0,9$ кН·м; $M_3 = 1$ кН·м; $[\tau] = 40$ МПа; $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

1. Определение величины неизвестного крутящего момента X .

Брус жестко заделан левым концом А, правый конец Е свободный. В сечениях В, С, и D приложены известные крутящие моменты. Для определения неизвестного момента X используем

условие равенства нулю угла поворота сечения Е. Угол поворота сечения Е относительно сечения А определяется как сумма углов закручивания отдельных участков:

$$\begin{aligned} \phi_E &= \phi_{AB} + \phi_{BC} + \phi_{CD} + \phi_{DE} = \\ &= \frac{M_{кр}^{AB} l_{AB}}{G J_{\rho}} + \frac{M_{кр}^{BC} l_{BC}}{G J_{\rho}} + \frac{M_{кр}^{CD} l_{CD}}{G J_{\rho}} + \frac{M_{кр}^{DE} l_{DE}}{G J_{\rho}} = 0. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Крутящие моменты $M_{кр}$, входящие в выражение (2.8), определяются по приведённому выше правилу.

Вычисления начинаем с незакреплённого конца:

$$\begin{aligned} M_{кр}^{DE} &= X; \\ M_{кр}^{CD} &= X + M_3 = X + 1,0; \\ M_{кр}^{BC} &= X + M_3 - M_2 = X + 1,0 - 0,9 = X + 0,1; \\ M_{кр}^{AB} &= X + M_3 - M_2 - M_1 = X + 1,0 - 0,9 - 2 = X - 1,9. \end{aligned}$$

$$(2.9)$$

Используя выражения (2.9) и сокращая на GJ_p , приводим уравнение (2.8) к виду

$$(X-1,9) a + (X+0,1) b + (X+1,0) c + X a = 0$$

Подставляя значения a, b, c (рис. 4,а) и решая это уравнение, получаем $X = 0,34 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Примечание: если значение X получится со знаком минус, направление крутящего момента задано неправильно. В данном примере X положителен, следовательно, направление крутящего момента, показанное на рис.4, правильно.

2. Построение эпюры крутящих моментов.

Найденное значение $X = 0,34 \text{ кН} \cdot \text{м}$ подставляем в выражения (2.9), вычисляя таким образом величину крутящего момента на каждом участке:

$$M_k^{DE} = 0,34' \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_k^{CD} = 1,34'' \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_k^{BC} = 0,44' \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_k^{AB} = -1,56' \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По найденным значениям $M_{кр}$ строим эпюру крутящих моментов. Для этого рассматриваем последовательно участки ED, DC, CB и CA . Крутящие моменты, действующие на этих участках, уже вычислены.

Величина крутящего момента на каждом участке не зависит от положения сечения в пределах участка (крутящий момент постоянен), поэтому эпюра крутящих моментов ограничена отрезками прямых (рис.4,б). Построенная эпюра позволяет найти опасное сечение, т.е. такое, в котором действует максимальный (по модулю) крутящий момент.

В рассматриваемом примере опасными будут сечения в пределах участка AB ; расчетное значение крутящего момента

$$M_{кр}^{\max} = 1,56 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3. Подбор диаметра поперечного сечения бруса.

Используем условие прочности (2.4)

$$\frac{M_k^{\max}}{W_p} \leq [\tau]$$

Учитывая, что $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$, выразим диаметр из условия прочности

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_{кр}^{\max}}{\pi [\tau]}}$$

Подставляя $M_{кр}^{\max} = 1,56 \text{ кН} \cdot \text{м}$ и $[\tau] = 40 \cdot 10^6 \text{ Па}$, вычисляем диаметр по-

перечного сечения, округляя его до стандартной величины:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,56 \cdot 10^3}{\pi \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0,058 \text{ м} \approx 0,06 \text{ м} = 60 \text{ мм}.$$

4. Проверка условия жёсткости.

Условие жёсткости записываем в форме (2.7):

$$\frac{M_{кр}^{\max}}{G J_{\rho}} \leq [\theta]$$

По условию задачи $[\theta] = 1$ град/м. Переводя значение угла из градусной меры в радианную, получаем

$$[\theta] = 1'' \text{ град/м} = \frac{\pi}{180} \cdot 1' = 0,017 \frac{1}{\text{м}}.$$

Вычисляем выражение, стоящее в левой части условия жёсткости, определив предварительно величину полярного момента инерции бруса:

$$J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi \cdot 0,06^4}{32} = 1,27 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4;$$

$$\frac{M_{кр}^{\max}}{G J_{\rho}} = \frac{1,56 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,38 \cdot 10^{-6}} = 0,015 \frac{1}{\text{м}}.$$

Сравнение левой и правой частей условия жесткости показывает, что оно выполняется:

$$\theta^{\max} = 0,015 \frac{1}{\text{м}} < [\theta] = 0,017 \frac{1}{\text{м}}.$$

5. Построение эпюры углов закручивания.

Вычисляем углы закручивания по участкам, используя формулу (2.5):

$$\phi_{AB} = \frac{M_{кр}^{AB} l_{AB}}{G J_{\rho}} = \frac{-1,56 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}} = -0,0123;$$

$$\phi_{BC} = \frac{M_{кр}^{BC} l_{BC}}{G J_{\rho}} = \frac{0,44 \cdot 10^3 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}} = 0,0043;$$

$$\phi_{CD} = \frac{M_{кр}^{CD} l_{CD}}{G J_{\rho}} = \frac{1,34 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}} = 0,0053;$$

$$\phi_{DE} = \frac{M_{кр}^{DE} l_{DE}}{G J_{\rho}} = \frac{0,34 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}} = 0,0027.$$

Угол поворота каждого сечения равен сумме углов закручивания соответствующих участков бруса. Суммирование углов начинаем с незакрепленного конца А:

$\varphi_A = 0$, так как сечение в заделке неподвижно;

$$\varphi_B = \varphi_{AB} = -0,01228;$$

$$\varphi_C = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} = -0,01228 + 0,0043 = -0,008;$$

$$\varphi_D = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} = -0,0123 + 0,0043 + 0,0053 = -0,0027;$$

$$\varphi_E = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} + \varphi_{DE} = -0,0123 + 0,0043 + 0,0053 + 0,0027 = 0.$$

По вычисленным углам поворота сечений построена эпюра углов закручивания (рис. 4,в).

Равенство $\varphi_E = 0$ является проверкой решения, так как неизвестный крутящий момент X определялся из условия равенства нулю угла поворота свободного конца бруса.

ЗАДАЧА № 3

Стальной вал постоянного сечения вращается с частотой n (об/мин) и передает мощность N (кВт). Требуется подобрать диаметр вала из условия его прочности при совместном действии изгиба и кручения, если известны предел текучести материала σ_T и коэффициент запаса прочности

$n_T = 3$.

Числовые данные берутся из табл.3, расчётные схемы по рис.5. Необходимые характеристики материала приведены в табл.4.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 3

Основные теоретические сведения и расчётные формулы

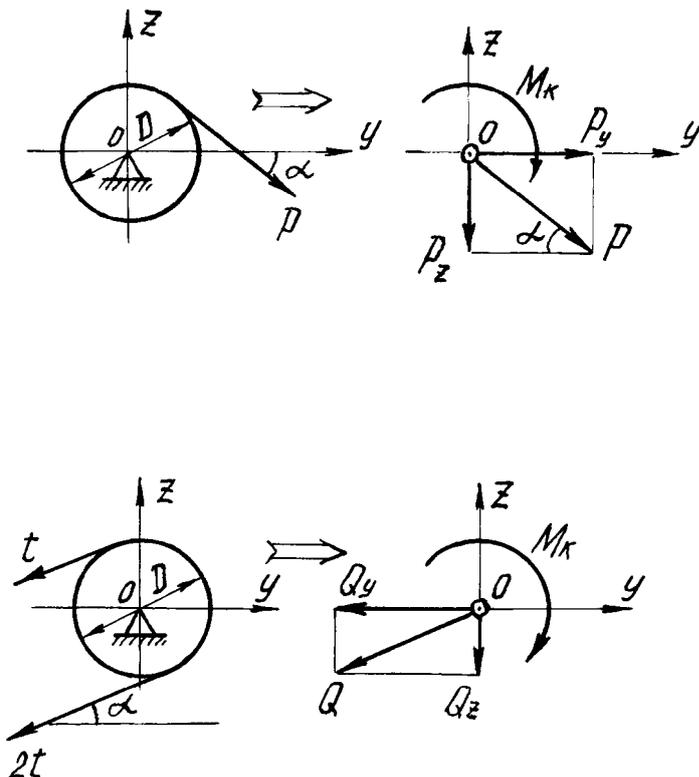
Расчет вала на статическую прочность начинается с определения действующих на него нагрузок. Нагрузки на вал передаются через шкивы или шестерни. Зная величину передаваемой мощности N и число оборотов в минуту n , можно определить величину крутящего момента, действующего на участке вала между шкивами по формуле

$$M_{кр} = 1,02 \cdot \frac{30 \cdot N}{\pi \cdot n} \text{ кН} \cdot \text{м}'; \quad \left(1 \text{ кВт} = 102 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} = 1,02 \frac{\text{кН} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right) \quad (3.1)$$

По величине крутящего момента вычисляются окружные усилия, приложенные к шкивам и передающиеся на вал. Эти усилия раскладываются на вертикальные и горизонтальные составляющие.

Усилия, передающиеся на вал через шестерню зубчатого зацепления:

$$\begin{aligned} M_k &= P \frac{D}{2}; & P &= \frac{2M_k}{D}; \\ P_y &= P \cos \alpha; \\ P_z &= P \sin \alpha. \end{aligned}$$



Усилия, передающиеся на вал через шкив ременной передачи:

$$\begin{aligned} M_{кр} &= 2t \frac{D}{2} - t \frac{D}{2} = t \frac{D}{2}; \\ t &= \frac{2M_{кр}}{D}; \\ Q &= 3t; & Q_y &= Q \cos \alpha; \\ Q_z &= Q \sin \alpha. \end{aligned}$$

Рис. 5. Расчётные схемы валов

Таблица 3

Числовые данные к задаче № 3

Номер строки	Номер расч. схемы по рис. 35	Размер, м					N, кВт	n, об/мин	Марка стали
		a	B	c	D ₁	D ₂			
1	1	0,5	0,3	0,3	0,4	0,6	20	120	10
2	2	0,4	0,5	0,5	0,2	0,6	15	380	20
3	3	0,3	0,7	0,3	0,3	0,5	10	380	25
4	4	0,4	0,3	0,5	0,2	0,4	16	280	3
5	5	0,6	0,8	0,4	0,4	0,6	18	280	30
6	6	0,4	0,5	0,3	0,3	0,6	12	120	35
7	7	0,5	0,3	0,3	0,2	0,5	14	120	4
8	8	0,6	0,4	0,5	0,5	0,5	20	280	10
9	9	0,4	0,6	0,3	0,4	0,4	15	380	3
0	10	0,8	0,4	0,7	0,3	0,5	17	380	30
	з	ж	а	б	в	Г	д	ж	е

Таблица 4

Механические характеристики сталей

Марка стали	Предел текучести σ_m , МПа	Предел прочности σ_v , МПа	Предел выносливости	
			при изгибе σ_{-1} , МПа	при кручении τ_{-1} , МПа
3	250	420	170 - 220	100 - 130
4	280	460	190 - 250	-
10	250	340	160 - 190	80 - 120
20	250	420	170 - 220	100 - 130
25	280	460	190 - 250	-
30	300	500	200 - 270	110 - 140
35	320	540	220 - 300	130 - 180

Примечание. Если τ_{-1} в таблице не дано, то используется эмпирическая формула $\tau_{-1} \approx 0,6 \sigma_{-1}$.

Нагрузки, действующие на вал, вызывают его кручение и изгиб в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Для расчета вала на прочность следует построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной M_y и горизонтальной M_z плоскостях и эпюру крутящих моментов $M_{кр}$.

Условие прочности вала записывается для опасного сечения, в котором расчетный (приведенный) момент имеет максимальную величину.

По третьей гипотезе прочности расчетный момент в опасном сечении вычисляется по формуле

$$M_p = \sqrt{M_y^2 + M_z^2 + M_k^2}, \quad (3.2)$$

где M_p - расчетный момент;

M_y , M_z - изгибающие моменты в рассматриваемом сечении вала;

$M_{кр}$ - крутящий момент в этом же сечении.

Если положение опасного сечения не очевидно, вычисляются расчетные моменты для нескольких сечений вала и для дальнейшего расчета выбирается сечение с наибольшим расчетным моментом.

Из условия прочности вала

$$\frac{M_p^{\max}}{W_u} = \frac{M_p^{\max}}{\frac{\pi d^3}{32}} \leq [\sigma], \quad (3.3)$$

где M_p^{\max} - максимальный расчетный момент;

W_u - момент сопротивления сечения при изгибе;

$[\sigma]$ - допускаемое напряжение, определяемое по пределу текучести σ_T

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T}$$

и запасу прочности n_T отношением

вычисляется требуемое значение диаметра вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_p^{\max}}{\pi [\sigma]}}. \quad (3.4)$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ №3

Стальной вал постоянного сечения (рис.36, а) вращается с постоянной угловой скоростью $n = 120$ об/мин и передает через шкив диаметром $D_2 = 0,6$ м мощность $N = 20$ кВт.

Подобрать диаметр вала из условия его прочности, если вал изготовлен из стали марки Ст. 50 с пределом текучести материала $\sigma_T = 380$ МПа и коэффициент запаса прочности по отношению к пределу текучести $n_T = 3$.

Остальные числовые данные к задаче:

$$a = 0,3 \text{ м}; \quad b = 0,3 \text{ м}; \quad c = 0,2 \text{ м}; \quad D_1 = 0,3 \text{ м}.$$

1. Определение нагрузок, передающихся на вал.

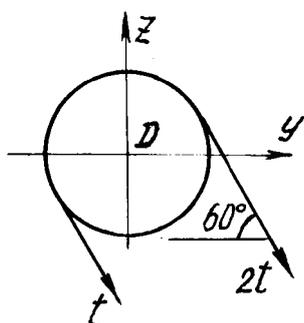
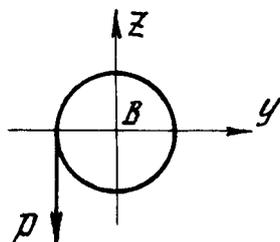
На рис.6,а показаны усилия, приложенные к шкиву (сечение D) и к шестерне (сечение B).

Крутящий момент, передаваемый через шкив на вал:

$$M_k = 1,02 \cdot \frac{30 \cdot N}{\pi \cdot 120} = 1,02 \cdot \frac{30 \cdot 20}{\pi \cdot 120} = 1,62 \text{ кНм}.$$

Нагрузки, действующие на вал, определяются с учетом того, что окружные

усилия, приложенные к шкивам, при переносе их в центр поперечного сечения вала приводятся к силам, изгибающим его в двух плоскостях, и скручивающему моменту.



$$P = \frac{2M_k}{D_1} = \frac{2 \cdot 1,62}{0,3} = 10,8 \text{ кН};$$

$$P_x = P_z = P = 10,8 \text{ кН};$$

$$P_y = P_z = 0;$$

$$t = \frac{2M_k}{D_2} = \frac{2 \cdot 1,62}{0,6} = 5,4 \text{ кН};$$

$$Q = t + 2t = 3t = 3 \cdot 5,4 = 16,2 \text{ кН};$$

$$Q_x = Q_z = Q \sin 60^\circ = 16,2 \sin 60^\circ = 14,03 \text{ кН};$$

$$Q_y = Q_z = Q \cos 60^\circ = 16,2 \cos 60^\circ = 8,1 \text{ кН}.$$

Расчетная схема вала показана на рис. рис.б,б.

2. Построение эпюр изгибающих и крутящего моментов.

Из условий нагружения вала следует, что он испытывает кручение на участке *BD* постоянным крутящим моментом $M_{кр} = 1,62 \text{ кН}\cdot\text{м}$, эпюра которого показана на рис.36, в.

Схема нагрузок, приложенных к валу в вертикальной плоскости, представлена на рис.36,з. Для построения эпюры изгибающих моментов от действия этих сил, вал рассматривается как простая двухопорная балка, для которой следует вычислить вертикальные опорные реакции:

$$\sum m_A = 0; 10,83 \cdot 0,3 + 14,03 \cdot 0,8 - R_{z_C} \cdot 0,6 = 0;$$

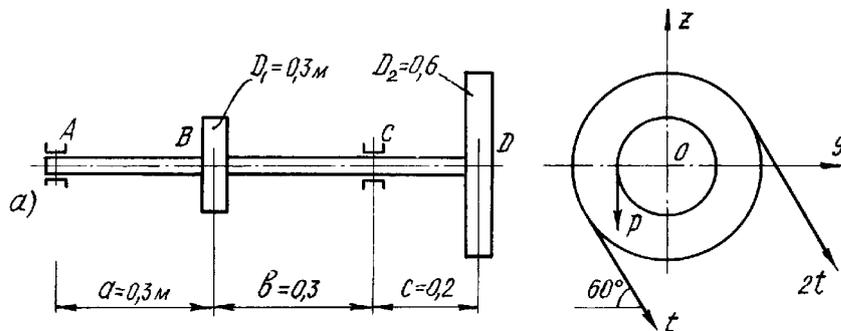
$$R_{z_C} = 24,12 \text{ кН};$$

$$\sum m_C = 0; R_{z_A} \cdot 0,6 - 10,8 \cdot 0,3 + 14,03 \cdot 0,2 = 0;$$

$$R_{z_A} = 0,72 \text{ кН}.$$

Проверка вычислений опорных реакций:

$$\sum Y = 0; 0,72 - 10,8 + 24,1 - 14,03 \approx 0.$$



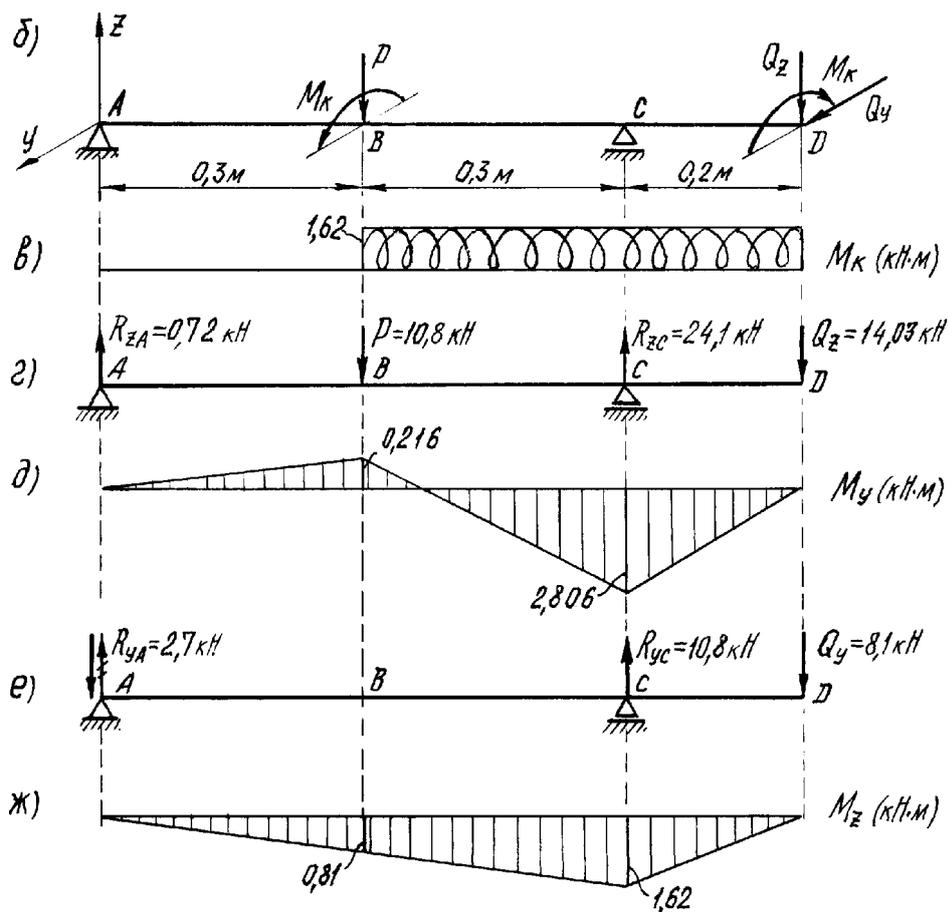


Рис 6. Расчётная схема и эпюры моментов внутренних усилий в поперечных сечениях вала

Вычисляем изгибающие моменты от действия вертикальных сил в характерных сечениях вала:

$$M_y^A = 0; \quad M_y^B = R_{zA} \cdot a = 0,72 \cdot 0,3 = 0,216 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_y^D = 0; \quad M_y^C = -Q_z \cdot c = -14,03 \cdot 0,2 = -2,80 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По вычисленным значениям построена эпюра изгибающих моментов M_y от действия сил, расположенных в вертикальной плоскости (рис.6,д).

На рис.6,е показаны нагрузки, приложенные к валу в горизонтальной плоскости (для наглядности чертеж схема повернута на 90°).

Для построения эпюры изгибающих моментов от действия этих сил вычисляются горизонтальные опорные реакции:

$$\sum m_A = 0; \quad R_{yC} \cdot 0,6 - 8,1 \cdot 0,8 = 0; \quad R_{yC} = 10,8 \text{ кН};$$

$$\sum m_C = 0; \quad R_{yA} \cdot 0,6 + 8,1 \cdot 0,2 = 0; \quad R_{yA} = -2,7 \text{ кН}.$$

Проверка определения горизонтальных опорных реакций:

$$\sum Y = 0; \quad R_{yA} + R_{yC} - Q_y = -2,7 + 10,8 - 8,1 = 0.$$

Изгибающие моменты в характерных сечениях вала:

$$M_z^A = 0; \quad M_z^B = R_{y_A} \cdot a = -2,7 \cdot 0,3 = -0,81 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_z^D = 0; \quad M_z^C = -Q_y \cdot 0,2 = -8,1 \cdot 0,2 = -1,62 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

По вычисленным значениям момента строится эпюра M_z (рис.6,ж).

3. Подбор поперечного сечения (определение диаметра вала).

Материал вала - сталь марки Ст.50, допускаемое напряжение для которой

$$[\sigma] = \frac{\sigma_m}{n_m} = \frac{380}{3} = 127 \text{ МПа}.$$

Опасным для вала является сечение С, так как в этом сечении действует крутящий момент, а изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях максимальны (рис.6 в, д, ж).

Величины моментов в сечении С :

$$M_{y_C} = 2,806 \text{ кН}\cdot\text{м}; \quad M_{z_C} = 1,62 \text{ кН}\cdot\text{м}; \quad M_{крС} = 1,62 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Расчетный момент по третьей гипотезе прочности

$$M_p^{\max} = M_p^C = \sqrt{M_{y_C}^2 + M_{z_C}^2 + M_{крС}^2} = \sqrt{2,806^2 + 1,62^2 + 1,62^2} = 3,62 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Искомый диаметр вала:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_p^{\max}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3,62 \cdot 10^3}{\pi \cdot 127 \cdot 10^6}} = 0,0662 \text{ м} = 66 \text{ мм}.$$

ЗАДАЧА № 4

Для стального вала постоянного сечения, рассмотренного в предыдущей задаче, выполнить проверочный расчет на прочность при напряжениях в его поперечных сечениях, циклически изменяющихся во времени. Считается, что нормальные напряжения изменяются по симметричному циклу, а касательные - по пульсационному.

В расчёте учесть влияние на прочность вала концентрации напряжений, создаваемой наличием шпоночных канавок в сечениях, где имеются шкивы, и влияние прессы насадки подшипников - в опорных сечениях. Обработка поверхности вала - тонкая обточка.

Нормативный запас усталостной прочности принять $[n] = 1,5$.

Усилия, приложенные к валу и входящие в расчёт, берутся из решения задачи № 3; механические характеристики материала - из табл.4. Необходимые справочные данные приводятся в методических указаниях к данной задаче.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 4

Основные теоретические сведения и расчетные формулы

Основные понятия.

Многие детали машин в процессе эксплуатации подвергаются действию напряжений, циклически изменяющихся во времени, что приводит к появлению микротрещин, их росту и, как следствие этого, к разрушению материала. Разрушение под действием повторно-переменных напряжений называется *усталостным разрушением* или *усталостью материала*.

Способность материала сопротивляться усталостному разрушению называется *выносливостью*. Проверочный расчет на выносливость сводится к вычислению запаса усталостной прочности и сравнению его с нормативным

1. Характеристики циклов напряжений.

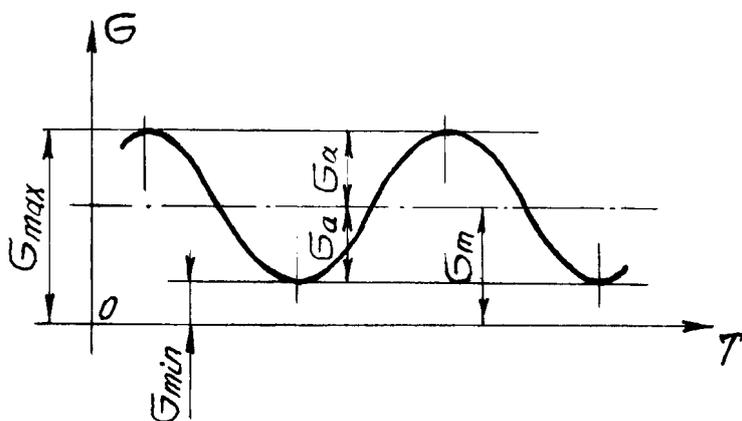


Рис. 7. График изменения циклического напряжения во времени

Напряжения, периодически изменяющиеся во времени, называются циклическими. На рис.7 показана зависимость циклического напряжения от времени.

Основные характеристики цикла:

σ_{min} - минимальное напряжение цикла;

σ_{max} - максимальное напряжение;

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad \text{- среднее напряжение цикла;} \quad (4.1)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad \text{- амплитудное напряжение цикла.}$$

Каждый цикл характеризуется его коэффициентом асимметрии

$$r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (4.2)$$

Частными случаями циклов являются симметричный и пульсационный, графики которых приведены на рис.38.

Основные характеристики этих циклов следующие:

симметричный цикл

$$\sigma_{min} = -\sigma_{max}; \quad \sigma_m = 0; \quad \sigma_a = \sigma_{max}; \quad r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = -1; \quad (4.3)$$

пульсационный цикл

$$\sigma_{min} = 0; \quad \sigma_m = \sigma_a = 0,5\sigma_{max}; \quad r = 0. \quad (4.4)$$

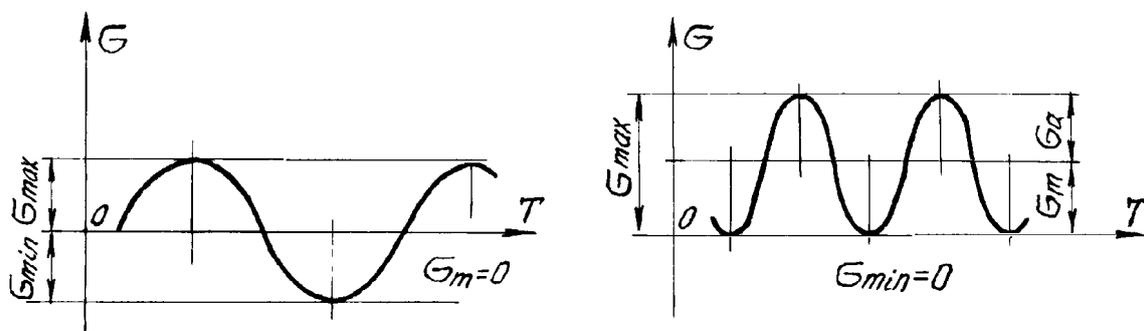


Рис.8. Циклы напряжений:
а - симметричный; б - пульсационный

2. Предел выносливости.

Максимальное напряжение цикла, при котором стандартный образец выдерживает неограниченное число циклов нагружений, не разрушаясь, называется *пределом выносливости* материала. Для предела выносливости принято обозначение σ_r , (r - коэффициент асимметрии цикла).

Для симметричного цикла $r = -1$, поэтому предел выносливости, определяемый при чистом изгибе, обозначается σ_{-1} , а при чистом кручении τ_{-1} .

3. Коэффициент снижения предела выносливости.

На величину предела выносливости материала, кроме коэффициента

асимметрии цикла, влияет целый ряд различных факторов, в первую очередь *концентрация напряжений, размеры образца или детали, качество обработки поверхности.*

Для того чтобы учесть влияние этих факторов, вводятся соответствующие коэффициенты, величины которых определяются экспериментально или из теоретических предпосылок и приводятся в справочной литературе. При решении рассматриваемой задачи используются таблицы 5-8, в которых приводятся:

k_σ, k_τ - эффективные коэффициенты концентрации для нормальных и касательных напряжений и коэффициенты снижения предела выносливости при пресовой посадке подшипников (табл.5,6);

$\varepsilon_\sigma, \varepsilon_\tau$ - коэффициенты влияния абсолютных размеров сечения соответственно для нормальных и касательных напряжений (табл.7).

ψ_τ - коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла (табл.8).

Коэффициент влияния качества обработки поверхности β определяется по графикам, приведенным на рис.9.

Совместное влияние всех указанных факторов на величину предела выносливости детали учитывается коэффициентами снижения предела выносливости по нормальным и касательным напряжениям k_{σ_∂} и k_{τ_∂} , вычисляемым по эмпирическим формулам:

$$k_{\sigma_\partial} = \frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma} + \frac{1}{\beta} - 1; \quad k_{\tau_\partial} = \frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau} + \frac{1}{\beta} - 1 \quad (4.5)$$

4. Запас усталостной прочности (выносливости).

Запас усталостной прочности по нормальным напряжениям при симметричном цикле нагружения определяется по формуле

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma_\partial} \sigma_a}, \quad (4.6)$$

где σ_{-1} - предел выносливости материала;

σ_a - амплитудное напряжение цикла.

Запас усталостной прочности по касательным напряжениям при несимметричном цикле определяется по формуле

$$n_\sigma = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau_\partial} \tau_a + \psi_\tau \tau_m}, \quad (4.7)$$

где τ_{-1} - предел выносливости материала при кручении;

τ_a, τ_m - амплитудное и среднее напряжения цикла.

Запас выносливости вала при совместном действии изгиба и кручения определяется по эмпирической формуле

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \quad (4.8)$$

Очевидно, что вычисленный запас выносливости должен быть не менее нормативного.

Таблица 5

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений k_{σ} , k_{τ}
для валов со шпоночными канавками

Эффективные коэффициенты концентрации k_{σ} , k_{τ}	Предел прочности материала $\sigma_{\text{в}}$, МПа					
	400	500	600	700	800	1000
k_{σ} - при изгибе	1,40	1,50	1,60	1,72	1,80	2,00
k_{τ} - при кручении	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,90

Таблица 6

Коэффициенты снижения предела выносливости вала
при прессовой посадке подшипника

Коэффициенты	Диаметр мм	Коэффициенты $k_{\sigma}/\varepsilon_{\sigma}$ и $k_{\tau}/\varepsilon_{\tau}$ для предела прочности материала $\sigma_{\text{в}}$, МПа			
		400	500	600	700
$k_{\sigma}/\varepsilon_{\sigma}$	30	2,25	2,50	2,75	3,00
	50	2,75	3,05	3,36	3,66
	100	2,95	3,28	3,60	3,94
$k_{\tau}/\varepsilon_{\tau}$	30	1,75	1,90	2,05	2,20
	50	2,05	2,23	2,52	2,60
	100	2,17	2,37	2,56	2,76

Таблица 7

Значения коэффициентов чувствительности материала
к асимметрии цикла ψ_{σ} , ψ_{τ}

Материал	ψ_{σ}	ψ_{τ}
Углеродистая сталь $\sigma_{\text{в}} = 400 \dots 500$ МПа	0,05	0,0
Углеродистая и легированная сталь $\sigma_{\text{в}} = 500 \dots 800$ МПа	0,10 - 0,15	0,05

Легированная сталь $\sigma_B = 800...1200$ МПа	0,15 - 0,20	0,05 - 0,10
--	-------------	-------------

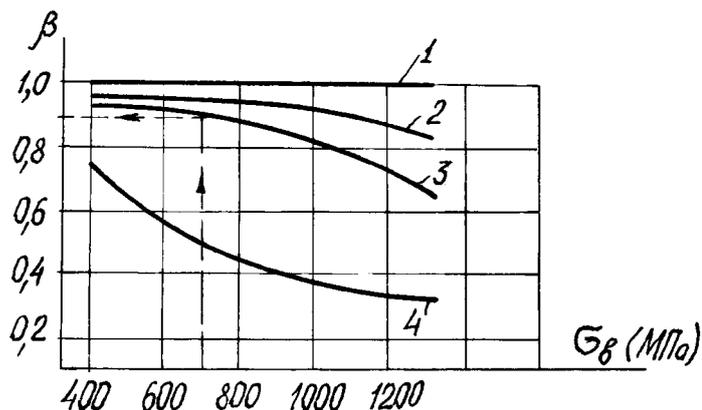


Рис. 9. Зависимость коэффициента качества обработки поверхности β от предела прочности материала
1 - зеркальное полирование; 2 - тонкое шлифование;
3 - тонкая обточка; 4 - наличие окалины

Таблица 8

Значение масштабного фактора $\varepsilon_\sigma = \varepsilon_\tau$ в зависимости от диаметра вала d

Материал	Коэффициенты $k_\tau / \varepsilon_\tau$ при диаметре d , мм					
	10	20	30	40	50	70
Углеродистая сталь $\sigma_B = 400...500$ МПа	0,89	0,92	0,88	0,85	0,82	0,76
Углеродистая и легированная сталь $\sigma_B = 500...800$ МПа	0,97	0,89	0,85	0,81	0,78	0,73
Легированная сталь $\sigma_B = 800...1200$ МПа	0,95	0,86	0,82	0,77	0,74	0,69

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ №4

Произвести проверку на усталостную прочность вала, рассмотренного в задаче № 3. В расчете принять, что нормальные напряжения изменяются по симметричному циклу, а касательные - по пульсационному.

Учесть факторы, снижающие предел выносливости: концентрацию напряжений, размеры и способ обработки поверхности детали. Нормативный запас усталостной прочности $[n] = 1,5$. Обработка поверхности вала - тонкая обточка.

Необходимые данные для проверочного расчета вала взяты из условия задачи № 3.

1. Определение максимальных напряжений в сечении.

Для рассчитываемого вала опасным является сечение С, где моменты максимальные (см. рис.6).

Диаметр вала был определен при решении предыдущей задачи № 3.

$$d = 66 \text{ мм} = 66 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Вычисляем моменты сопротивления сечения вала при его изгибе и кручении:

$$W_{изг} = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi (66 \cdot 10^{-3})^3}{32} = 28,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$W_{кр} = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi (66 \cdot 10^{-3})^3}{16} = 56,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

По эпюрам моментов (см.рис.6 в, ж, д) находим крутящий и изгибающие моменты, действующие в сечении С: крутящий момент $M_k = 1,62 \text{ кНм}$; изгибающие моменты $M_y = 2,806 \text{ кН} \cdot \text{м}$ и $M_z = 1,62 \text{ к} \cdot \text{Нм}$.

Максимальные нормальные напряжения от совместного действия изгибов в двух плоскостях:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W_{изг}} = \frac{\sqrt{(2,806 \cdot 10^3)^2 + (1,62 \cdot 10^3)^2}}{28,2 \cdot 10^{-6}} = 114 \cdot 10^6 \text{ Па} = 114 \text{ МПа.}$$

Максимальные касательные напряжения от кручения

$$\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_{кр}} = \frac{1,62 \cdot 10^3}{56,4 \cdot 10^{-6}} = 28,7 \cdot 10^6 \text{ Па} = 28,70 \text{ МПа.}$$

2. Определение характеристик циклических напряжений.

По условию задачи нормальные напряжения изменяются по симметричному циклу, следовательно

$$\sigma_m = 0; \sigma_a = \sigma_{\max} = 114 \text{ МПа}; r = -1.$$

Касательные напряжения изменяются по пульсационному циклу

$$\tau_m = \tau_a = 0, \tau_{\max} = 0,5 \cdot 28,70 = 14,35 \text{ МПа}; r = 0.$$

3. Механические характеристики материала.

Необходимые характеристики материала выписываются из справочника или из табл.4: для стали марки Ст.50: $\sigma_T = 380 \text{ МПа}$; $\sigma_s = 700 \text{ МПа}$; $\sigma_{-1} = 300 \text{ МПа}$; $\tau_{-1} = 180 \text{ МПа}$.

4. Вычисление коэффициентов снижения предела выносливости.

Из табл. 5-8 выписываются коэффициенты, необходимые для расчета. Сечение С является опорным, и концентрация напряжений создается пресовой посадкой подшипника.

Используя данные табл.7 (при $\sigma_s = 700 \text{ МПа}$ и $d = 66 \text{ мм}$), путём линейной интерполяции находим

$$\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} = 3,70; \quad \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} = 2,65.$$

По рис.9 определяем коэффициент влияния качества обработки поверхности при тонкой обточке:

$$\beta = 0,85.$$

Коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла берётся из табл.8:

$$\psi_{\tau} = 0,05.$$

Коэффициенты снижения предела выносливости с учётом всех рассмотренных факторов имеют следующие значения:

$$k_{\sigma\partial} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 = 3,7 + \frac{1}{0,85} - 1 = 3,88;$$

$$k_{\tau\partial} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 = 2,65 + \frac{1}{0,85} - 1 = 2,83.$$

5.Определение запаса усталостной прочности.

Запас усталостной прочности при изгибе и кручении:

$$n_s = \frac{s_{-1}}{k_{s\sigma} s_{\sigma}} = \frac{300}{3,88 \cdot 114} = 0,68;$$

$$n_t = \frac{t_{-1}}{k_{t\tau} t_{\tau} + y_t \cdot t_m} = \frac{180}{2,88 \cdot 15 + 0,05 \cdot 14,35} = 4,1.$$

Запас усталостной прочности при совместном действии изгиба и кручения:

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{0,68 \cdot 4,1}{\sqrt{0,68^2 + 4,1^2}} = 0,67 < [n] = 1,5.$$

Запас усталостной прочности вала не обеспечен, так как он меньше нормативного. Диаметр вала необходимо увеличить или ввести упрочняющую обработку.

Примечание. Если опасным является сечение, в котором насажен шкив, то концентрация напряжений создается за счет шпоночной канавки и для определения коэффициентов k_{σ} , k_{τ} , ε_{σ} и ε_{τ} нужно использовать табл.5 и 7.

ЗАДАЧА № 5

Для стального стержня длиной l , сжимаемого силой P , требуется:

1) подобрать размеры поперечного сечения стержня из условия его устойчивости при допуске напряжении на сжатие $[\sigma] = 160$ МПа (расчет проводить методом последовательных приближений по коэффициенту снижения допускаемых напряжений на сжатие);

2) найти величину критической силы и коэффициент запаса устойчивости n_y .

Числовые данные для расчёта следует взять из табл.9, расчётные схемы - по рис. 10.

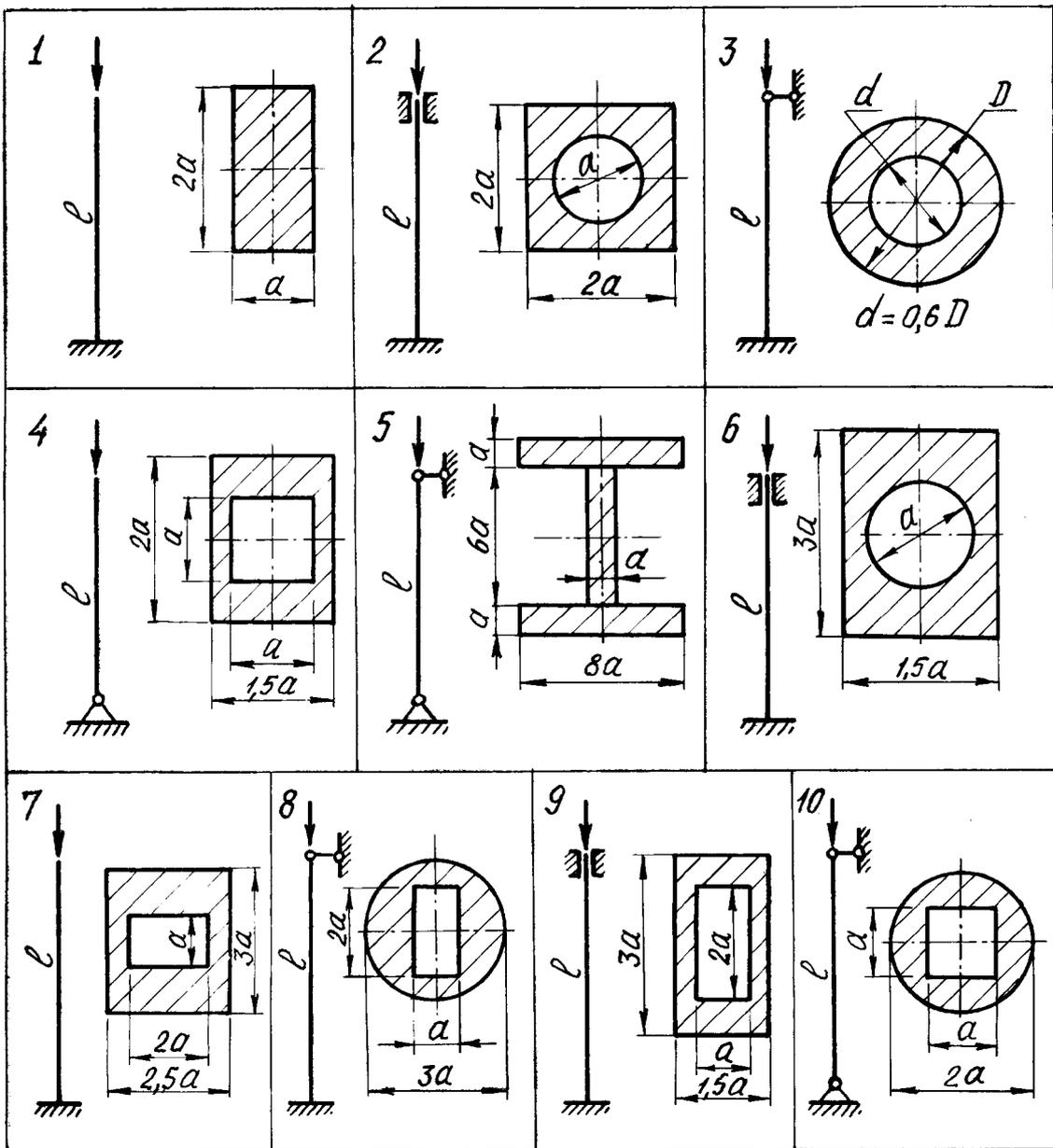


Рис. 10. Расчетные схемы сжатых стержней и их поперечные сечения

Числовые данные к задаче №5

Номер строки	Номер расч. схемы по рис. 40	Сила P , кН	Длина стержня l , м
1	1	500	2,5
2	2	480	3,9
3	3	450	2,8
4	4	300	3,2
5	5	350	2,7
6	6	370	3,5
7	7	360	3,0
8	8	460	2,7
9	9	370	2,6
0	10	400	3,1
	з	ж	б

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 5

Основные теоретические сведения и расчетные формулы

При сжатии гибкого стержня осевой силой возможна потеря его устойчивости, при которой ось стержня искривляется и начальная прямолинейная форма равновесия нарушается. Минимальная сжимающая сила, превышение которой вызывает потерю устойчивости, называется *критической силой*.

При расчётах сжатых стержней на устойчивость встречаются следующие основные задачи:

1. Вычисление величины критической силы;
2. Определение допустимого значения сжимающей силы;
3. Подбор сечения стержня по условию его устойчивости;
4. Определение запаса устойчивости стержня.

Величина критической силы вычисляется по формуле Эйлера или Ясинского в зависимости от гибкости рассматриваемого стержня.

Под *гибкостью* стержня понимается безразмерная величина, вычисляемая по формуле

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}, \quad (5.1)$$

где l - длина стержня;

i_{\min} - минимальный радиус инерции поперечного сечения;

μ - коэффициент, зависящий от способа закрепления концов стержня.

Его значения для наиболее распространенных способов закрепления приведены в табл.10.

Формула Эйлера применима при условии, что критическое напряжение, равное $\frac{P_{кр}}{F}$, не превышает предела пропорциональности материала стержня. Обычно это условие выражается формулой

$$\lambda \geq \lambda_{пр}, \quad (5.2)$$

где $\lambda_{пр}$ - предельная гибкость стержня.

Для каждого материала $\lambda_{пр}$ определяется по выражению

$$\lambda_{пр} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{пц}}}, \quad (5.3)$$

где E - модуль упругости материала;

$\sigma_{пц}$ - предел пропорциональности материала стержня.

Например, для стали марки Ст.3 при $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_{пц} = 200$ МПа и предельная гибкость $\lambda_{пр} = 100$.

Если расчетная гибкость стержня больше или равна предельной, то для вычисления критической силы применяется формула Эйлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu l)^2}, \quad (5.4)$$

если гибкость меньше предельной, то для вычисления критической силы используется эмпирическая формула, предложенная Ясинским:

$$P_{кр} = (a - b \cdot \lambda) \cdot F, \quad (5.5)$$

(для стали Ст3 $a=310$ МПа, $b=1,14$ МПа).

Наряду с расчётами по формуле Эйлера или Ясинского при расчетах сжатых стержней на устойчивость широко применяется метод, в котором условие устойчивости сжатого стержня записывается в следующем виде:

$$\frac{N}{F} \leq [\sigma]_y = \varphi \cdot [\sigma]_c, \quad (5.6)$$

где N - сжимающая сила;

F - площадь поперечного сечения стержня;

$[\sigma]_y$ - допускаемое напряжение при расчете стержня на устойчивость;

$[\sigma]_c$ - допускаемое напряжение материала стержня при сжатии;

φ - коэффициент снижения допускаемого напряжения.

Величина коэффициента φ зависит от гибкости стержня λ и материала, из которого он изготовлен. Для малоуглеродистой стали (Ст.3) его можно определить по табл.11.

Таблица 10

Коэффициенты приведения длины μ

Схема закрепления				
Коэффициент μ	2	1	0,7	0,5

в зависимости от способа закрепления концов стержня

Таблица 11

Величины коэффициентов φ в зависимости от

для

стали Ст. гибкости

3 λ

λ	φ	λ	φ	λ	φ
0	1,00	70	0,81	140	0,36
10	0,99	80	0,75	150	0,32
20	0,96	90	0,69	160	0,29
30	0,94	100	0,60	170	0,26
40	0,92	110	0,52	180	0,23
50	0,89	120	0,45	190	0,21
60	0,86	130	0,40	200	0,199

Условие устойчивости позволяет найти допускаемое значение сжимающей силы:

$$P = N = F \cdot \varphi \cdot [\sigma]_{\text{сж.}} \quad (5.7)$$

Поскольку условие устойчивости включает в себя два параметра F и φ , зависящие друг от друга, при подборе сечения стержня следует использовать способ проб, заключающийся в том, что задаются значением одного из параметров, например φ , определяют из условия устойчивости площадь сечения, а затем проверяют, удовлетворяется ли условие

$$\frac{N}{F} = \varphi \cdot [\sigma]_{\text{сж.}}$$

Если условие удовлетворяется, то расчет на этом заканчивается, если

нет, то задаются новым значением φ^* и аналогичный расчет повторяется до тех пор, пока условие устойчивости не будет удовлетворено.

Запас устойчивости n_y сжатого стержня

$$n_y = \frac{P_{кр}}{P} \quad (5.8)$$

показывает, во сколько раз критическая сила больше заданной или допускаемой.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ №5

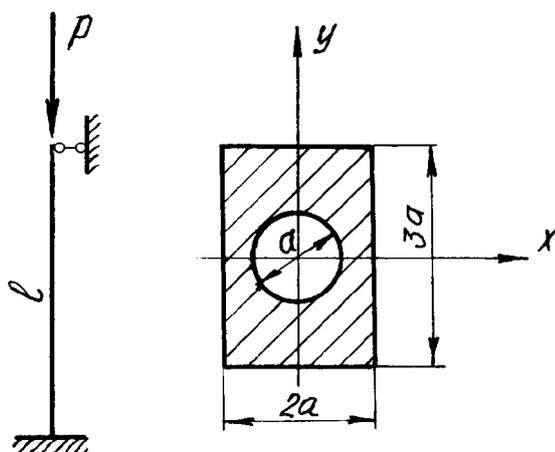


Рис. 11. Расчетная схема сжатого стержня и его поперечное сечение

Стальной стержень длиной $l = 2,8$ м заданной формы поперечного сечения сжимается силой $P = 411$ кН (рис.11).

Требуется:

- 1) подобрать размеры поперечного сечения стержня (расчет производить методом последовательных приближений по коэффициенту φ);
- 2) найти величину критической силы $P_{кр}$ и вычислить запас устойчивости стержня n_y . Материал стержня сталь Ст.3; допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma]_c = 160$ МПа.

1. Определение геометрических характеристик сечения стержня через искомый размер сечения a :

площадь сечения

$$F = 3a \cdot 2a - \frac{\pi a^2}{4} = 5,21 a^2;$$

размер a

$$a = \sqrt{\frac{F}{5,21}}$$

Главные центральные моменты инерции

$$J_x = \frac{2a \cdot (3a)^3}{12} - \frac{\pi a^4}{64} = 4,45a^4;$$

$$J_y = \frac{3a \cdot (2a)^3}{12} - \frac{\pi a^4}{64} = 1,95a^4.$$

Минимальный момент инерции

$$J_{\min} = J_y = 1,95a^4.$$

Минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{1,95a^4}{5,21a^2}} = 0,611a.$$

Для заданного варианта закрепления по табл. 10 выбирается коэффициент приведения длины $\mu = 0,7$.

Гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 2,8}{0,611a} = \frac{3,21}{a}.$$

2. Подбор поперечного сечения стержня.

Из условия устойчивости площадь поперечного сечения

$$F \geq \frac{P}{\phi \cdot [\sigma]_{\text{сж}}}.$$

Как указывалось выше, в условии устойчивости неизвестными величинами являются ϕ и F , которые можно найти методом последовательных приближений, для чего задается одна из неизвестных величин - ϕ .

Для первого приближения примем $\phi_1 = 0,5$.

Тогда соответствующая площадь поперечного сечения стержня

$$F_1 = \frac{411 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 51,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Находим параметр a :

$$a_1 = \sqrt{\frac{F_1}{5,21}} = \sqrt{\frac{51,4 \cdot 10^{-4}}{5,21}} = 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Проверяем, соответствует ли допускаемая нагрузка для выбранного сечения заданной силе.

Гибкость стержня при $a_1 = 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ м}$

$$\lambda = \frac{3,21}{a_1} = \frac{3,21}{3,14 \cdot 10^{-2}} = 102.$$

По табл. 11 следует найти соответствующий коэффициент ϕ . Значения $\lambda = 102$ в таблице нет, поэтому искомое значения коэффициента ϕ определяется линейной интерполяцией:

$$\begin{aligned} \text{при } \lambda = 100 & \quad \phi_{100} = 0,60; \\ \text{при } \lambda = 110 & \quad \phi_{110} = 0,5; \end{aligned}$$

$$\varphi_1^* = \varphi_{102} = \varphi_{100} - \frac{\varphi_{100} - \varphi_{110}}{10} (102 - 100) = 0,6 - \frac{0,6 - 0,52}{10} \cdot 2 = 0,584.$$

Соответствующая допускаемая сила

$$P_{\text{дон}_1} = \phi_1^* \cdot F_1 \cdot [\sigma] = 0,584 \cdot 51,4 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 480,3 \cdot 10^3 \text{ Н} = 480,3 \text{ кН}.$$

Расхождение между заданной силой и полученной

$$\frac{|P_{\text{зад}} - P_{\text{дон}_1}|}{P_{\text{зад}}} 100\% = \frac{|411 - 480,3|}{411} 100\% = 16,9\%.$$

Подобранное сечение не удовлетворяет условию устойчивости, так как допускаемое расхождение между силами заданной и полученной расчетным путем не должно превышать 5 %.

Вычисления повторяются еще раз.

Второе приближение: новое значение коэффициента φ_2 определяется по выражению:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1^*}{2} = \frac{0,5 + 0,584}{2} = 0,542.$$

Все вычисления, выполненные при первом приближении, повторяются, но при новом значении $\varphi = \varphi_2$:

$$F_2 = \frac{411 \cdot 10^3}{0,542 \cdot 160 \cdot 10^6} = 47,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \quad a_2 = 3,02 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad \lambda = 106;$$

$$\phi_2^* = 0,6 - \frac{(0,6 - 0,52) \cdot 6}{10} = 0,552;$$

$$P_{\text{дон}_2} = \phi_2^* \cdot F_2 \cdot [\sigma] = 0,552 \cdot 47,4 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 418,6 \text{ кН};$$

$$\frac{|P_{\text{зад}} - P_{\text{дон}_2}|}{P_{\text{зад}}} 100\% = \frac{|411 - 418,6|}{411} 100\% = 1,85\% < 5\%.$$

Расхождение между силами составляет менее 5 %, что приемлемо. Тогда искомый размер $a = a_2 = 3,02 \cdot 10^{-2} \text{ м} \approx 3 \text{ см}$.

3. Определение критической силы.

Для выбранного сечения расчетная гибкость стержня

$$\lambda = \frac{3,21}{a} = \frac{3,21}{3 \cdot 10^{-2}} = 107.$$

Предельная гибкость для стали марки Ст. 3 равна 100, поэтому критическую силу следует вычислять по формуле Эйлера, так как $\lambda > \lambda_{\text{пр}}$.

Минимальный момент инерции принятого сечения стержня

$$J_{\text{min}} = J_y = 1,95 a^4 = 1,95 \cdot 3^4 = 158 \text{ см}^4.$$

Критическая сила

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 158 \cdot 10^{-8}}{(0,7 \cdot 2,8)^2} = 812 \cdot 10^3 \text{ Н} = 812 \text{ кН}$$

Запас устойчивости сжатого стержня:

$$n_y = \frac{P_{кр}}{P} = \frac{812}{411} = 1,98.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Сортамент прокатной стали

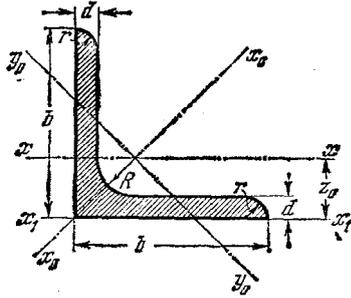


Таблица П1.

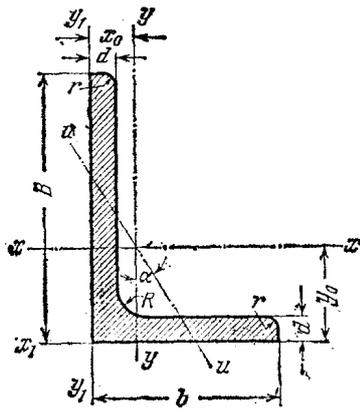
Сталь прокатная угловая равнополочная
ГОСТ 8509-72

Номер профиля	b	d	R	r	Площадь сечения, см ²	Справочные величины для осей								Масса 1 м длины профиля, кг
						x-x		x ₀ -x ₀		y ₀ -y ₀		x ₁ -x ₁		
						J _{x₁} , см ⁴	i _{x₁} , см	J _{x₀} max, см ⁴	i _{x₀} max, см	J _{y₀} min, см ⁴	i _{y₀} min, см	J _{x₁} , см ⁴	z ₀ , см	
2	20	3 4	3,5	1,2	1,13 1,46	0,40 0,50	0,59 0,58	0,63 0,78	0,75 0,73	0,17 0,22	0,39 0,38	0,81 1,09	0,60 0,64	0,89 1,15
2,5	25	3 4	3,5	1,2	1,43 1,86	0,81 1,03	0,75 0,74	1,29 1,62	0,95 0,93	0,34 0,44	0,49 0,48	1,57 2,11	0,73 0,76	1,12 1,46
2,8	28	3	4,0	1,3	1,62	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80	1,27
3,2	32	3 4	4,5	1,5	1,86 2,43	1,77 2,26	0,97 0,96	2,80 3,58	1,23 1,21	0,74 0,94	0,63 0,62	3,26 4,39	0,89 0,94	1,46 1,91
3,6	36	3 4	4,5	1,5	2,10 2,75	2,56 3,29	1,10 1,09	4,06 5,21	1,39 1,38	1,06 1,36	0,71 0,70	4,64 6,24	0,99 1,04	1,65 2,16
4	40	3 4 5	5,0	1,7	2,35 3,08 3,79	3,55 4,58 5,53	1,23 1,22 1,20	5,63 7,26 8,75	1,55 1,53 1,54	1,47 1,90 2,30	0,79 0,78 0,79	6,35 8,53 10,73	1,09 1,13 1,17	1,85 2,42 2,97
4,5	45	3 4 5	5,0	1,7	2,65 3,48 4,20	5,13 6,63 8,03	1,39 1,38 1,37	8,13 10,50 12,70	1,75 1,74 1,72	2,12 2,74 3,33	0,89 0,89 0,88	9,04 12,10 15,30	1,21 1,26 1,30	2,08 2,73 3,37
5	50	3 4 5	5,5	1,8	2,96 3,89 4,80	7,11 9,21 11,20	1,55 1,54 1,53	11,30 14,60 17,80	1,95 1,94 1,92	2,95 3,80 4,63	1,00 0,99 0,98	12,40 16,60 20,90	1,33 1,38 1,42	2,32 3,05 3,77

Номер профиля	b	d	R	r	Площадь сечения, см ²	Справочные величины для осей								Масса 1 м длины профиля, кг
						x-x		x ₀ -x ₀		y ₀ -y ₀		x ₁ -x ₁	z ₀ , см	
						J _x , см ⁴	i _x , см	J _{x₀} max., см ⁴	i _{x₀} max., см	J _{y₀} min., см ⁴	i _{y₀} min., см			
5,6	56	4	6,0	2,0	4,38	13,10	1,73	20,80	2,18	5,41	1,11	23,30	1,52	3,44
		5			5,41	16,00	1,72	25,40	2,16	6,59	1,10	29,20	1,57	4,25
6,3	63	4	7,0	2,3	4,96	18,90	1,95	29,90	2,45	7,81	1,25	33,10	1,69	3,90
		5			6,13	23,10	1,94	36,60	2,44	9,52	1,25	41,50	1,74	4,81
		6			7,28	27,10	1,93	42,90	2,43	11,20	1,24	50,00	1,78	5,72
7	70	4,5	8	2,7	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	4,87
		5			6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	5,38
		6			8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	6,39
		7			9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	7,39
7,5	75	5	9	3,0	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	5,80
		6			8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	6,89
		7			10,10	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	7,96
		8			11,50	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113,0	2,15	9,02
8	80	5,5	9	3,0	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17	6,78
		6			9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102,0	2,19	7,36
		7			10,80	65,3	2,45	104,0	3,09	27,0	1,58	119,0	2,23	8,51
		8			12,30	73,4	2,44	116,0	3,08	30,3	1,57	137,0	2,27	9,65
9	90	6	10	3,3	10,60	82,1	2,78	130,0	3,50	34,0	1,79	145,0	2,43	8,33
		7			12,30	94,3	2,77	150,0	3,49	38,9	1,78	169,0	2,47	9,64
		8			13,90	106,0	2,76	168,0	3,48	43,8	1,77	194,0	2,51	10,90
		9			15,60	118,0	2,75	186,0	3,46	48,6	1,77	219,0	2,55	12,20
10	100	6,5	12	4,0	12,80	122,0	3,09	193,0	3,88	50,7	1,99	214,0	2,68	10,10
		7			13,80	131,0	3,08	207,0	3,88	54,2	1,98	231,0	2,71	10,80
		8			15,60	147,0	3,07	233,0	3,87	60,9	1,98	265,0	2,75	12,20
		10			19,20	179,0	3,05	284,0	3,84	74,1	1,96	333,0	2,83	15,10
		12			22,80	209,0	3,03	331,0	3,81	86,9	1,95	402,0	2,91	17,90
		14			26,30	237,0	3,00	375,0	3,78	99,3	1,94	472,0	2,99	20,60
11	110	7	12	4,0	15,20	176,0	3,40	279,0	4,29	72,7	2,19	308,0	2,96	11,90
		8			17,20	198,0	3,39	315,0	4,28	81,8	2,18	353,0	3,00	13,50

Номер профиля	b	d	R	r	Площадь сечения, см ²	Справочные величины для осей								Масса 1 м длины профиля, кг
						x-x		x ₀ -x ₀		y ₀ -y ₀		x ₁ -x ₁		
						J _x , см ⁴	i _x , см	J _{x₀} max, см ⁴	i _{x₀} max, см	J _{y₀} min, см ⁴	i _{y₀} min, см	J _{x₁} , см ⁴	z ₀ , см	
12,5	125	8	14	4,6	19,7	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36	15,5
		9			22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40	17,3
		10			24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45	19,1
		12			28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53	22,7
		14			33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61	26,2
		16			37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68	29,6
14	140	9	14	4,6	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78	19,4
		10			27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82	21,5
		12			32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90	25,5
16	160	10	16	5,3	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	24,7
		11			34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	27,0
		12			37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	29,4
		14			43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	34,0
		16			49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	38,5
		18			54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	43,0
		20			60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	47,4
		18			180	11	16	5,3	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500
12	42,2		1317	5,59		2093			7,04	540	3,58	2324	4,89	33,1
20	200	12	18	6,0	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37	37,0
		13			50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42	39,9
		14			54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46	42,8
		16			62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54	48,7
		20			76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70	60,1
		25			94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89	74,0
		30			111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07	87,6
22	220	14	21	7,0	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93	47,4
		16			68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02	53,8
25	250	16	24	8	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75	61,5
		18			87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83	68,9
		20			97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91	76,1
		22			106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00	83,3
		25			119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11	94,0
		28			133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23	104,5
		30			142,0	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	15753	7,31	111,4

Таблица П2.



Сталь прокатная угловая неравнополочная
ГОСТ 8510-72

Номер профиля	B	b	d	R	r	Площадь сечения, см ²	Справочные величины для осей										Угол наклона оси α	Масса 1 м длины профиля, кг
							x-x		y-y		x ₁ -x ₁		y ₁ -y ₁		u-u			
							J _x , см ⁴	i _x , см	J _y , см ⁴	i _y , см	J _{x₁} , см ⁴	y ₀ , см	J _{y₁} min', см ⁴	x ₀ , см	J _u min', см ⁴	i _u min', см		
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,70	0,78	0,22	0,44	1,56	0,86	0,43	0,42	0,13	0,34	0,392	0,91
3,2/2	32	20	3	3,5	1,2	1,49	1,52	1,01	0,46	0,55	3,26	1,08	0,82	0,49	0,28	0,43	0,382	1,17
						1,94	1,93	1,00	0,57	0,54	4,38	1,12	1,12	0,53	0,35	0,43	0,374	1,52
4/2,5	40	25	3	4,0	1,3	1,89	3,06	1,27	0,93	0,70	6,37	1,32	1,58	0,59	0,56	0,54	0,385	1,48
						2,47	3,93	1,26	1,18	0,69	8,53	1,37	2,15	0,63	0,71	0,54	0,381	1,94
4,5/2,8	45	28	3	5,0	1,7	2,14	4,41	1,43	1,32	0,79	9,02	1,47	2,20	0,64	0,79	0,61	0,382	1,68
						2,80	5,68	1,42	1,69	0,78	12,10	1,51	2,98	0,68	1,02	0,60	0,379	2,20
5/3,2	50	32	3	5,5	1,8	2,42	6,17	1,60	1,99	0,91	12,40	1,60	3,26	0,72	1,18	0,70	0,403	1,90
						3,17	7,98	1,59	2,56	0,90	16,60	1,85	4,42	0,76	1,52	0,69	0,401	2,49
5,6/3,6	56	36	4	6,0	2,0	3,58	11,40	1,78	3,70	1,02	23,20	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,406	2,81
						4,41	13,80	1,77	4,48	1,01	29,20	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404	3,46
6,3/4,0	63	40	4	7,0	2,3	4,04	16,30	2,01	5,16	1,13	33,00	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397	3,17
						4,98	19,90	2,00	6,26	1,12	41,40	2,08	10,80	0,95	3,72	0,86	0,396	3,91
						5,90	23,30	1,99	7,28	1,11	49,90	2,12	13,10	0,99	4,36	0,86	0,393	4,63
						7,68	29,60	1,96	9,15	1,09	66,90	2,20	17,90	1,07	5,58	0,85	0,386	6,03
7/4,5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	27,80	2,23	9,05	1,27	56,70	2,28	15,20	1,05	5,34	0,98	0,406	4,39
7,5/5	75	50	5	8,0	2,7	6,11	34,80	2,39	12,50	1,43	69,70	2,39	20,80	1,17	7,24	1,09	0,436	4,79
						7,25	40,90	2,38	14,60	1,42	83,90	2,44	25,20	1,21	8,48	1,08	0,435	5,69
						9,47	52,40	2,35	18,50	1,40	1,12	2,52	34,20	1,29	10,90	1,07	0,430	7,43

Номер профиля	B	b	d	R	r	Площадь сечения, см ²	Справочные величины для осей										Угол наклона оси, tg α	Масса 1 м длины профиля, кг
							x-x		y-y		x ₁ -x ₁		y ₁ -y ₁		u-u			
							J _x , см ⁴	x _c , см	J _y , см ⁴	y _c , см	J _{x₁} , см ⁴	y ₀ , см	J _{y₁} , мин', см ⁴	x ₀ , см	J _u , мин', см ⁴	i _u , мин', см		
8/5	80	50	5,5 6	8,0	2,7	6,36 7,55	41,60 49,00	2,56 2,55	12,70 14,80	1,41 1,40	84,60 102,00	2,60 2,65	20,80 25,20	1,13 1,17	7,58 8,88	1,09 1,08	0,387 0,386	4,99 5,92
9/5,6	90	56	5,5 6,0 8,0	9	3,0	7,86 8,54 11,18	65,3 70,6 90,9	2,88 2,88 2,85	19,7 21,2 27,1	1,58 1,58 1,56	132 145 194	2,92 2,95 3,04	32,2 35,2 47,8	1,26 1,28 1,36	11,8 12,7 16,3	1,22 1,22 1,21	0,384 0,384 0,380	6,17 6,70 8,77
10/6,3	100	63	6,0 7,0 8,0 10,0	10	3,3	9,59 11,10 12,60 15,50	98,3 113,0 127,0 154,0	3,20 3,19 3,18 3,15	30,6 35,0 39,2 47,1	1,79 1,78 1,77 1,55	198 232 266 333	3,23 3,28 3,32 3,40	49,9 58,7 67,6 85,8	1,42 1,46 1,50 1,58	18,2 20,8 23,4 28,3	1,38 1,37 1,36 1,35	0,393 0,392 0,391 0,387	7,53 8,70 9,87 12,10
11/7	110	70	6,5 8,0	10	3,3	11,40 13,90	142,0 172,0	3,53 3,51	45,6 54,6	2,00 1,98	286 353	3,55 3,61	74,3 92,2	1,58 1,64	26,9 32,3	1,53 1,52	0,402 0,400	8,98 10,90
12,5/8	125	80	7,0 8,0 10,0 12,0	11	3,7	14,10 16,00 19,70 23,40	227,0 256,0 312,0 365,0	4,01 4,00 3,98 3,95	73,7 83,0 100,0 117,0	2,29 2,28 2,26 2,24	452 518 649 781	4,01 4,05 4,14 4,22	119,0 137,0 173,0 210,0	1,80 1,84 1,92 2,00	43,4 48,8 59,3 69,5	1,76 1,75 1,74 1,72	0,407 0,406 0,404 0,400	11,00 12,50 15,50 18,30
14/9	140	90	8,0 10,0	12	4,0	18,00 22,20	364,0 444,0	4,49 4,47	120,0 146,0	2,58 2,56	727 911	4,49 4,58	194,0 245,0	2,03 2,12	70,3 85,5	1,98 1,96	0,411 0,409	14,10 17,50
16/10	160	100	9,0 10,0 12,0 14,0	13	4,3	22,90 25,30 30,00 34,70	606,0 667,0 784,0 897,0	5,15 5,13 5,11 5,08	186,0 204,0 239,0 272,0	2,85 2,84 2,82 2,80	1221 1359 1634 1910	5,19 5,23 5,32 5,40	300,0 335,0 405,0 477,0	2,23 2,28 2,36 2,43	110,0 121,0 142,0 162,0	2,20 2,19 2,18 2,16	0,391 0,390 0,388 0,385	18,00 19,80 23,60 27,30
18/11	180	110	10,0 12,0	14	4,7	28,30 33,70	952,0 1123,0	5,80 5,77	276,0 324,0	3,12 3,10	1933 2324	5,88 5,97	444,0 537,0	2,44 2,52	165,0 194,0	2,42 2,40	0,375 0,374	22,20 26,40
20/12,5	200	125	11 12 14 16	14	4,7	34,9 37,9 43,9 49,8	1449 1568 1801 2026	6,45 6,43 6,41 6,38	446 482 551 617	3,58 3,57 3,54 3,52	2920 3189 3726 4264	6,50 6,54 6,62 6,71	718 786 922 1061	2,79 2,83 2,91 2,99	264 285 327 367	2,75 2,74 2,73 2,72	0,392 0,392 0,390 0,388	27,4 29,7 34,4 39,1
25/16	250	160	12 16 18 20	18	6,0	48,3 63,6 71,1 78,5	3147 4091 4545 4987	8,07 8,02 7,99 7,97	1032 1333 1475 1613	4,62 4,58 4,56 4,53	6212 8308 9353 10410	7,97 8,14 8,23 8,31	1634 2200 2487 2776	3,53 3,69 3,77 3,85	604 781 866 949	3,54 3,50 3,49 3,48	0,410 0,408 0,407 0,405	37,9 49,9 55,8 61,7

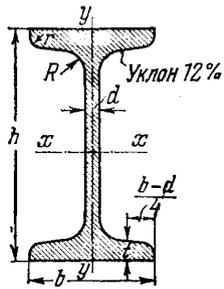


Таблица ПЗ.

Сталь горячекатаная.
Балки двутавровые. ГОСТ 8239-72

Номер балки	h	b	d	t	R	r	Площадь сечения, см ²	Масса 1 м, кг	Справочные величины для осей						
									x-x				y-y		
									J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S* _x , см ³	J _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	19,90	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,80	2,12
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	22,70	2030	203,0	8,37	114,0	155,0	28,20	2,32
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	25,80	2790	254,0	9,22	143,0	206,0	34,30	2,50
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	29,40	3800	317,0	10,10	178,0	260,0	41,60	2,63
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	33,90	5500	407,0	11,30	229,0	337,0	50,00	2,80
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	39,20	7780	518,0	12,50	292,0	436,0	60,10	2,95
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

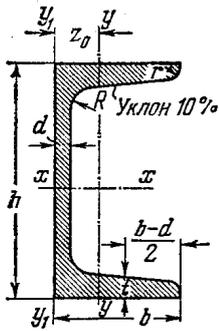


Таблица П4.

Сталь горячекатаная.
Швеллеры с уклоном внутренних граней полок
ГОСТ 8240-72

Номер швеллера	h	b	d	t	R	r	Площадь сечения, см ²	Масса, 1 м, кг	Справочные величины для осей						z ₀ , см	
									x-x			y-y				
									J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x [*] , см ³	J _y , см ⁴	W _y , см ³		i _y , см
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,080	1,24
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,30	12,80	4,75	1,190	1,31
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,370	1,44
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,530	1,54
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,30	491,1	70,2	5,60	40,80	45,40	11,00	1,700	1,67
14а	140	62	4,9	8,7	8,0	3,0	17,00	13,30	545,0	77,8	5,66	45,10	57,50	13,30	1,840	1,87
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,80	1,870	1,80
16а	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,40	2,010	2,00
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,00	2,040	1,94
18а	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,00	20,00	2,180	2,13
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,00	20,50	2,200	2,07
20а	200	80	5,2	9,7	9,5	4,0	25,20	19,80	1670,0	167,0	8,15	95,90	139,00	24,20	2,350	2,28
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,00	151,00	25,10	2,370	2,21
22а	220	87	5,4	10,2	10,0	4,0	28,80	22,60	2330,0	212,0	8,99	121,00	187,00	30,00	2,550	2,46
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,00	208,00	31,60	2,600	2,42
24а	240	95	5,6	10,7	10,5	4,0	32,90	25,80	3180,0	265,0	9,84	151,00	254,00	37,20	2,780	2,67
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,90	178,00	262,00	37,30	2,730	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,00	224,00	327,00	43,60	2,840	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,10	281,00	410,00	51,80	2,970	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820,0	601,0	14,20	350,00	513,00	61,70	3,100	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	15220,0	761,0	15,70	444,00	642,00	73,40	3,230	2,75